

DIVISIBILIDAD

$$\begin{array}{r} D \quad | \quad d \\ \hline 0 \quad c \end{array}$$

Un número es divisible por otro cuando la división es EXACTA, es decir, su resto es 0

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

| CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR: | | |
|--|--|----------------------------|
| 2 | Todos los números terminados en 0 o en cifra par | 312 |
| 3 | Todo número cuya suma de sus cifras sea múltiplo de 3 | 321 |
| 4 | Todo número cuyas dos últimas cifras formen un múltiplo de 4 | 2512 |
| 5 | Todo número que termine en 0 o en 5 | 315 |
| 6 | Todo número múltiplo de 2 y de 3 a la vez | 312 |
| 7 | Todo número que al suprimir la cifra de las unidades y restar del número que queda el doble de la cifra suprimida, se obtenga un múltiplo de 7 | 476 (→35) |
| 8 | Todo número cuyas tres últimas cifras formen un múltiplo de 8 | 13.720 |
| 9 | Todo número cuya suma de sus cifras sea múltiplo de 9 | 7.578 |
| 10 | Todo número que termine en 0. | 12.780 |
| 11 | Todo número en el cual el valor absoluto de la diferencia de la suma de las cifras de lugar par e impar sea múltiplo de 11 | 8.195 |

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número **b** es múltiplo de un número **a** si la división de **b** entre **a** es exacta

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número **b** es múltiplo de un número **a** si la división de **b** entre **a** es exacta

¿Cómo se calculan los múltiplos de un número?

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número **b** es múltiplo de un número **a** si la división de **b** entre **a** es exacta

¿Cómo se calculan los múltiplos de un número?

multiplicando ese número por todos los números naturales

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número **b** es múltiplo de un número **a** si la división de **b** entre **a** es exacta

¿Cómo se calculan los múltiplos de un número?

multiplicando ese número por todos los números naturales

los múltiplos de 2 son todos los de su tabla de multiplicar:

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$2 \times 8 = 16$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$2 \times 10 = 20$$

$$2 \times 11 = 22$$

Así múltiplos del 2: **2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28**

DIVISORES DE UN NÚMERO

DIVISORES DE UN NÚMERO

Un número a es divisor de un número b si la división de b entre a es exacta

DIVISORES DE UN NÚMERO

Un número a es divisor de un número b si la división de b entre a es exacta

¿Cómo se calculan los divisores de un número?

DIVISORES DE UN NÚMERO

Un número a es divisor de un número b si la división de b entre a es exacta

¿Cómo se calculan los divisores de un número?

★ el 1 y el mismo número son siempre divisores

DIVISORES DE UN NÚMERO

Un número a es divisor de un número b si la división de b entre a es exacta

¿Cómo se calculan los divisores de un número?

- ★ el 1 y el mismo número son siempre divisores
- ★ dividimos el número por los números naturales hasta que toque dividir por uno que ya ha salido

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

| | | |
|----|--|---|
| 72 | | 2 |
| 36 | | 2 |
| 18 | | 2 |
| 9 | | 3 |
| 3 | | 3 |
| 1 | | 1 |

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

| | | |
|----|--|---|
| 72 | | 2 |
| 36 | | 2 |
| 18 | | 2 |
| 9 | | 3 |
| 3 | | 3 |
| 1 | | 1 |

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

72 | 2
36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 | 1

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos las potencias del 2, desde el $2^0 \mapsto 2^3$

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 3 desde $3^0 \mapsto 3^2$

| | 2^0 | 2^1 | 2^2 | 2^3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3^0 | | | | |
| 3^1 | | | | |
| 3^2 | | | | |

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

72 | 2
36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 | 1

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

★ construimos una tabla
en la fila superior pondremos las potencias del 2, desde el $2^0 \mapsto 2^3$

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 3 desde $3^0 \mapsto 3^2$

| | 2^0 | 2^1 | 2^2 | 2^3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3^0 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| 3^1 | | | | |
| 3^2 | | | | |

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

72 | 2
36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 | 1

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos las potencias del 2, desde el $2^0 \mapsto 2^3$

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 3 desde $3^0 \mapsto 3^2$

| | 2^0 | 2^1 | 2^2 | 2^3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3^0 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| 3^1 | 3 | | | |
| 3^2 | 9 | | | |

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

72 | 2
36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 | 1

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos las potencias del 2, desde el $2^0 \mapsto 2^3$

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 3 desde $3^0 \mapsto 3^2$

| | 2^0 | 2^1 | 2^2 | 2^3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3^0 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| 3^1 | 3 | 6 | 12 | 24 |
| 3^2 | 9 | | | |

vamos a calcular los divisores de 72

descomponemos el 72

72 | 2
36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 | 1

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

72 tendrá 12 divisores

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos las potencias del 2, desde el $2^0 \mapsto 2^3$

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 3 desde $3^0 \mapsto 3^2$

| | 2^0 | 2^1 | 2^2 | 2^3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3^0 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| 3^1 | 3 | 6 | 12 | 24 |
| 3^2 | 9 | 18 | 36 | 72 |

vamos a calcular los divisores de 360

descomponemos el 360

| | |
|-----|---|
| 360 | 5 |
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | 1 |

$$360 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

vamos a calcular los divisores de 360

descomponemos el 360

| | |
|-----|---|
| 360 | 5 |
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | 1 |

$$360 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 4 \times 2 = 24 \quad \mathbf{360 \text{ tendrá } 24 \text{ divisores}}$$

vamos a calcular los divisores de 360

descomponemos el 360

| | |
|-----|---|
| 360 | 5 |
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | 1 |

$$360 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 4 \times 2 = 24 \quad \text{360 tendrá 24 divisores}$$

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos los divisores de 75 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 5 desde $5^0 \rightarrow 5^1$

| | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $5^0 \rightarrow$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 18 | 24 | 36 | 72 |
| $5^1 \rightarrow$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 45 | 60 | 90 | 120 | 180 | 360 |

vamos a calcular los divisores de 360

descomponemos el 360

| | |
|-----|---|
| 360 | 5 |
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | 1 |

$$360 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

★ para saber el número de divisores, multiplicamos los exponentes de los factores primos aumentados por la unidad

$$(2 + 1) \times (3 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 4 \times 2 = 24 \quad \text{360 tendrá 24 divisores}$$

★ construimos una tabla

en la fila superior pondremos los divisores de 75 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

en la columna de la izquierda pondremos las potencias del 5 desde $5^0 \rightarrow 5^1$

| | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $5^0 \rightarrow$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 18 | 24 | 36 | 72 |
| $5^1 \rightarrow$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 45 | 60 | 90 | 120 | 180 | 360 |

Los divisores de 360 son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360

NUMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

NÚMEROS PRIMOS

un número primo es un número natural que
tiene exactamente 2 divisores:
el mismo
la unidad

recordemos que el 1 no es un número primo porque
sólo tiene un divisor, el mismo

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

NÚMEROS COMPUESTOS

Es un número natural que resulta del producto de dos números primos

Es un número natural que tiene más de dos divisores

FACTORIZAR

FACTORIZAR

factorizar un número es descomponerlo en factores primos, es decir, expresarlo como

PRODUCTO DE SUS DIVISORES PRIMOS

¿Cómo factorizar un número?

- ★ Dividimos el número entre los sucesivos números primos (2, 3, 5, 7...) tantas veces como se pueda hasta obtener la unidad

| | | |
|----|--|---|
| 72 | | 2 |
| 36 | | 2 |
| 18 | | 2 |
| 9 | | 3 |
| 3 | | 3 |
| 1 | | 1 |

La factorización de 72 es: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$$72 = 3^2 \cdot 2^3$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

Divisores comunes de 12 y 15 = 1 y 3

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

Divisores comunes de 12 y 15 = 1 y 3

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

Divisores comunes de 12 y 15 = 1 y 3

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes

¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 15?

$$\text{Div}(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Div}(15) = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

Divisores comunes de 12 y 15 = 1 y 3

$$\text{el m.c.d}(12 \text{ y } 15) = 3$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

¿cuándo aplicar el máximo común divisor a los problemas de la vida cotidiana?

Utilizaremos el M.C.D para resolver problemas en los que queremos hacer grupos, repartir en partes iguales, hallar el máximo, el más grande, el más amplio, etc.

Lo que me piden calcular será un número menor que los dados en el problema.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

Múltiplos (12) = { 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120,.... }

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

Múltiplos (12) = { 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ... }

Múltiplos (15) = { 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, ... }

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

Múltiplos (12) = { 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**, ... }

Múltiplos (15) = { 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, ... }

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

Múltiplos (12) = { 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**, ... }

Múltiplos (15) = { 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, ... }

Múltiplos comunes de 12 y 15 = 60

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 12 y 15?

Múltiplos (12) = { 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**, ... }

Múltiplos (15) = { 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, ... }

Múltiplos comunes de 12 y 15 = 60

el m.c.m (12 y 15) = 60

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

¿cuándo aplicar el mínimo común múltiplo a los problemas de la vida cotidiana?

Utilizaremos el m.c.m para resolver problemas en los que nos pregunten por coincidencias, cuando se repiten, donde se encuentran...

Lo que me piden calcular será un número mayor que los dados en el problema.