

CUADERNO DE REPASO

PRIMERA EVALUACIÓN

TEMA 0- REPASO

1.- Expresa en forma decimal estas fracciones. ¿Qué tipo de decimal obtienes?

a) $\frac{7}{8}$

c) $\frac{17}{90}$

b) $\frac{11}{6}$

d) $\frac{4}{330}$

a) $\frac{7}{8} = 0,875 \longrightarrow$ Decimal exacto

b) $\frac{11}{6} = 1,83333\dots \longrightarrow$ Decimal periódico mixto

c) $\frac{17}{90} = 0,18888\dots \longrightarrow$ Decimal periódico mixto

d) $\frac{4}{330} = 0,0121212\dots \rightarrow$ Decimal periódico mixto

2.- Calcula.

a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10} \right) - \frac{1}{4}$

b) $\frac{6}{7} - \frac{3}{4} : \frac{7}{10} + \frac{2}{5}$

c) $\frac{6}{7} - \left(\frac{2}{3} \right)^3 : \frac{1}{9}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10} \right) - \frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{10} - \frac{1}{4} = \frac{16}{50} - \frac{1}{4} = \frac{8}{25} - \frac{1}{4} = \\ &= \frac{32 - 25}{100} = \frac{7}{100} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{6}{7} - \frac{3}{4} : \frac{7}{10} + \frac{2}{5} = \frac{6}{7} - \frac{30}{28} + \frac{2}{5} = \frac{120 - 150 + 56}{140} = \frac{26}{140} = \frac{13}{70}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{6}{7} - \left(\frac{2}{3} \right)^3 : \frac{1}{9} &= \frac{6}{7} - \frac{8}{27} : \frac{1}{9} = \frac{6}{7} - \frac{72}{27} = \frac{162 - 504}{189} = \\ &= -\frac{342}{189} = -\frac{38}{21} \end{aligned}$$

3.-

Opera y simplifica, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

$$a) \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{5} \right) \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{6} \right)$$

$$b) \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[-\frac{7}{3} - (-2) \cdot \left(\frac{1}{4} - 3 \right) \right]$$

$$c) 2 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{4}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{5}$$

$$a) \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{5} \right) \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{6} \right) = \frac{15 - 24}{30} \cdot \frac{4 - 6}{12} = \frac{-9}{30} \cdot \frac{-2}{12} = \frac{18}{360} = \frac{1}{20}$$

$$b) \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[-\frac{7}{3} - (-2) \cdot \left(\frac{1}{4} - 3 \right) \right] =$$

$$= \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[-\frac{7}{3} - (-2) \cdot \left(\frac{-11}{4} \right) \right] = \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[-\frac{7}{3} - \frac{11}{2} \right] =$$

$$= \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{-14}{6} - \frac{33}{6} \right] = \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-47}{6} \right) = \frac{-2}{3} + \left(\frac{-47}{18} \right) =$$

$$= \frac{-12}{18} - \frac{47}{18} = \frac{-59}{18}$$

$$c) 2 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{4}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{5} = 2 - \frac{4}{3} \cdot \frac{5 + 4}{10} - \frac{4 + 6}{3} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= 2 - \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{10} - \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{5} = 2 - \frac{36}{30} - \frac{10}{15} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

4.- Indica a qué conjunto numérico pertenece cada número.

a) 18,6777... c) 18,6777 e) 0,246810... g) -1,333...

b) 63 d) -4 f) -2,25 h) π

a) 18,6777... \rightarrow Decimal periódico mixto

b) 63 \rightarrow Natural

c) 18,6777 \rightarrow Decimal exacto

d) -4 \rightarrow Entero

e) 0,246810... \rightarrow Irracional

f) -2,25 \rightarrow Decimal exacto

g) -1,333... \rightarrow Decimal periódico puro

h) π \rightarrow Irracional

5.- Redondea y trunca los siguientes números irracionales a las décimas y a las milésimas.

a) $\pi = 3,141592\dots$ b) $e = 2,718281\dots$ c) $\phi = 1,618033\dots$

Número	Aproximación a las décimas		Aproximación a las milésimas	
	Redondeo	Truncamiento	Redondeo	Truncamiento
$\pi = 3,141592\dots$	3,1	3,1	3,142	3,141
$e = 2,718281\dots$	2,7	2,7	2,718	2,718
$\phi = 1,618033\dots$	1,6	1,6	1,618	1,618

TEMA 1- LOS NUMEROS REALES

1.- Expresa en forma de fracción los siguientes decimales.

a) 3,75 c) $3,\overline{75}$ e) $3,\overline{675}$

b) 0,96 d) $0,\overline{96}$ f) $0,\overline{196}$

Simplifica al máximo las fracciones obtenidas para llegar a la fracción generatriz.

a) $3,75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$

d) $0,\overline{96} = \frac{96}{99} = \frac{32}{33}$

b) $0,96 = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$

e) $3,\overline{675} = \frac{3.672}{999} = \frac{136}{37}$

c) $3,\overline{75} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33}$

f) $0,\overline{196} = \frac{196}{999}$

2.- Sin realizar las operaciones, deduce cuál de estas igualdades es cierta.

a) $3,4\overline{56} = \frac{3.422}{99}$

c) $3,4\overline{56} = \frac{3.422}{990}$

b) $3,4\overline{56} = \frac{3.422}{999}$

d) $3,4\overline{56} = \frac{3.422}{909}$

El denominador está formado por dos 9 seguidos de un 0; luego es el apartado c).

3.- Realiza las siguientes operaciones, ayudándote de la fracción generatriz.

- a) $(1,\widehat{2})^2$ c) $3,\widehat{2} - 0,\widehat{27}$
b) $1,\widehat{75} + 0,57$ d) $3,2 : 0,\widehat{2}$

$$a) (1,\widehat{2})^2 = \left(\frac{11}{9}\right)^2 = \frac{121}{81}$$

$$b) 1,\widehat{75} + 0,57 = \frac{58}{33} + \frac{57}{100} = \frac{7.681}{3.300} = 2,32\widehat{75}$$

$$c) 3,\widehat{2} - 0,\widehat{27} = \frac{29}{9} - \frac{27}{99} = \frac{292}{99}$$

$$d) 3,2 : 0,\widehat{2} = \frac{16}{5} : \frac{2}{9} = \frac{72}{5}$$

4.- Razona si estas afirmaciones son ciertas.

- a) La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional.
b) La raíz cuadrada de una fracción es un número irracional.

a) Es falso, por ejemplo:

$$3 + \sqrt{2} \text{ y } 5 - \sqrt{2}$$

$$3 + \sqrt{2} + 5 - \sqrt{2} = 8$$

b) Es falso, cuando el numerador y el denominador son cuadrados perfectos.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

5.- Indica el conjunto numérico al que pertenece cada número.

- a) 8,0999... d) $-\frac{1}{5}$ g) $\sqrt{15}$
b) -11 e) $6.\widehat{126}$ h) $\frac{8}{-}$

a) Racional, periódico mixto.

f) Irracional.

b) Entero.

g) Irracional.

c) Racional, decimal exacto.

h) Racional, periódico puro.

d) Racional, decimal exacto.

i) Irracional.

e) Racional, periódico mixto.

6.- Sacar factor común, opera y simplifica la expresión resultante.

a) $\frac{17}{2} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) + \frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right)$

b) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5} - \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} \cdot 205 + \frac{1}{4} \cdot 325 + \frac{5}{4} \cdot 190$

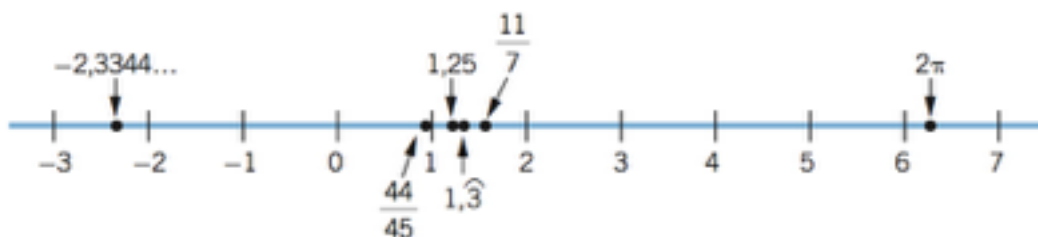
a) $\frac{17}{2} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) + \frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = \left(\frac{17}{2} + \frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = \frac{127}{14} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = \frac{-127}{77}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5} - \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4} + \frac{7}{5} - \frac{4}{7}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{140} = \frac{11}{420}$

c) $\frac{3}{4} \cdot 205 + \frac{1}{4} \cdot 325 + \frac{5}{4} \cdot 190 = \frac{1}{4} \cdot (615 + 325 + 950) = \frac{1.890}{4} = \frac{945}{2}$

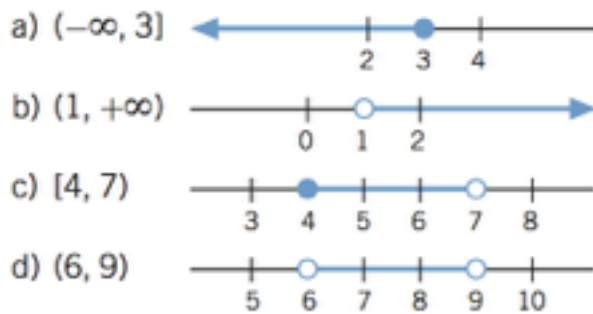
7.- Representa los siguientes números reales.

- a) $\frac{11}{7}$ b) $1,\hat{3}$ c) $\frac{44}{45}$ d) $-2,334445555\dots$ e) 2π f) $1,25$



8.- Representa sobre la recta real y usando la notación matemática.

- a) $\{x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$ c) $\{x \in \mathbb{R}, 4 \leq x < 7\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ d) $\{x \in \mathbb{R}, 6 < x < 9\}$



9.- Expresa como intervalo estos conjuntos numéricos.

a) $|x| < 3$ b) $|x| < -3$ c) $|x| \geq -3$

a) $(-3, 3)$ b) No tiene solución. c) $(-\infty, +\infty)$

10.- Aproxima a las centésimas por truncamiento y por redondeo.

- a) 24,1587 c) 24,9215 e) 24,1617
b) 24,1507 d) 24,1582 f) 24,1627

	Redondeo	Truncamiento
a) 24,1587	24,16	24,15
b) 24,1507	24,15	24,15
c) 24,9215	24,92	24,92
d) 24,1582	24,16	24,15
e) 24,1617	24,16	24,16
f) 24,1627	24,16	24,16

11.- Obtén el error absoluto y relativo cometido:

- a) Al redondear 3,125 a las milésimas.
b) Al truncar $1,\overline{65}$ a las diezmilésimas.
c) Al redondear $\sqrt{13}$ a las centésimas.
d) Al truncar $\frac{2}{3}$ a las décimas.
e) Al aproximar por defecto 1,3476 a las milésimas.

$$a) E_s = |3,125 - 3,125| = 0$$

$$E_r = \left| \frac{3,125 - 3,125}{3,125} \right| = 0 \rightarrow 0\%$$

$$b) E_s = |1,\widehat{65} - 1,6565| = 0,0000\widehat{65}$$

$$E_r = \left| \frac{1,\widehat{65} - 1,6565}{1,\widehat{65}} \right| = 0,000039633 \rightarrow 0,0039\%$$

$$c) E_s = |\sqrt{13} - 3,61| = 0,0044487$$

$$E_r = \left| \frac{\sqrt{13} - 3,61}{\sqrt{13}} \right| = 0,00123385... \rightarrow 0,12\%$$

$$d) E_s = \left| \frac{2}{3} - 0,66 \right| = 0,00\widehat{6}$$

$$E_r = \left| \frac{\frac{2}{3} - 0,66}{\frac{2}{3}} \right| = 0,00\widehat{9} \rightarrow 0,99\%$$

$$e) E_s = |1,3476 - 1,347| = 0,0006$$

$$E_r = \left| \frac{1,3476 - 1,347}{1,3476} \right| = 0,000445235975 \rightarrow 0,044\%$$

12.- Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos.

a) $3,\widehat{5}$

e) $0,01\widehat{57}$

i) $1,\widehat{256}$

b) $5,\widehat{902}$

f) $42,00\widehat{4}$

j) $10,5\widehat{23}$

c) $12,\widehat{99}$

g) $42,\widehat{78}$

k) $0,000\widehat{97}$

d) $2,3\widehat{7}$

h) $0,\widehat{8}$

l) $3,2\widehat{572}$

a) $\frac{32}{9}$

e) $\frac{156}{9.900} = \frac{43}{4.950}$

i) $\frac{1.255}{999}$

b) $\frac{5.897}{999}$

f) $\frac{41.962}{900} = \frac{20.981}{450}$

j) $\frac{10.418}{990} = \frac{5.209}{495}$

c) $\frac{117}{9}$

g) $\frac{4.236}{99} = \frac{1.412}{33}$

k) $\frac{97}{99.000}$

d) $\frac{235}{90} = \frac{47}{18}$

h) $\frac{8}{9}$

l) $\frac{32.540}{9.990} = \frac{3.254}{999}$

13.- Utilizando las fracciones generatrices, comprueba si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades.

a) $1,\hat{9} = 2$

c) $1,8\hat{9} + 0,1\hat{1} = 2$

e) $0,\hat{3} + 0,\hat{6} = 1$

b) $1,\hat{3} : 3 = 0,\hat{4}$

d) $0,1\hat{1} - 0,\hat{1} = 0$

a) $1,\hat{9} = \frac{18}{9} = 2 \longrightarrow$ Verdadera

b) $1,\hat{3} : 3 = \frac{12}{9} : 3 = \frac{4}{9} = 0,\hat{4} \longrightarrow$ Verdadera

c) $1,8\hat{9} + 0,1\hat{1} = \frac{171}{90} + \frac{10}{90} = \frac{181}{90} \neq 2 \rightarrow$ Falsa

d) $0,1\hat{1} - 0,\hat{1} = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = 0 \longrightarrow$ Verdadera

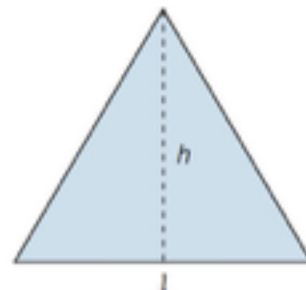
e) $0,\hat{3} + 0,\hat{6} = \frac{3}{9} + \frac{6}{9} = 1 \longrightarrow$ Verdadera

14.- Calcula y determina qué tipo de número es, en un triángulo equilátero:

a) La altura, si el lado mide 10 cm.

b) El área, si el lado mide 3 cm.

c) La altura y el área si el lado mide $\sqrt{3}$ cm.



a) $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \text{ cm} \rightarrow$ Es irracional.

b) $h = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{27}}{2} \text{ cm} \rightarrow A = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{27}}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{27}}{4} \text{ cm}^2$
 \rightarrow Es irracional.

c) $h = \sqrt{3 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \text{ cm} \rightarrow A = \frac{\frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$
 \rightarrow Son irracionales.

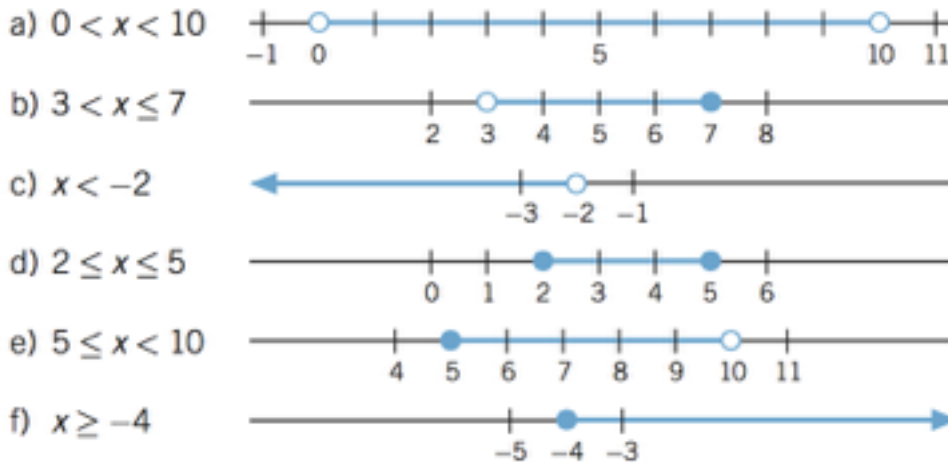
15.- Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones. Razona tu respuesta.

- a) Todos los números decimales se pueden escribir en forma de fracción.
- b) Todos los números reales son racionales.
- c) Un número irracional es real.
- d) Existen números enteros que son irracionales.
- e) Hay números reales que son racionales.
- f) Cualquier número decimal es racional.
- g) Un número racional es entero.
- h) Los números irracionales tienen infinitas cifras decimales.
- i) Todos los números racionales tienen infinitas cifras decimales que se repiten.
- j) Todos los números racionales se pueden escribir mediante fracciones.

- a) Falsa, pues solo se pueden escribir como fracción los números racionales.
- b) Falsa, ya que los números irracionales no son racionales.
- c) Verdadera.
- d) Falsa.
- e) Verdadera.
- f) Falsa, porque los números irracionales no son racionales.
- g) Falsa, ya que es el cociente de dos números enteros.
- h) Verdadera.
- i) Falsa, pues los decimales exactos tienen un número finito de cifras.
- j) Verdadera.

16.- Describe y representa los siguientes intervalos en la recta real.

- | | | |
|--------------|--------------------|--------------------|
| a) $(0, 10)$ | c) $(-\infty, -2)$ | e) $[5, 10)$ |
| b) $(3, 7]$ | d) $[2, 5]$ | f) $[-4, +\infty)$ |



17.- Escribe el intervalo que corresponde a los valores de x .

- | | | | |
|-------------------|----------------|---------------|------------------------|
| a) $1 < x < 3$ | c) $x \leq -2$ | e) $x > -3$ | g) $5 \leq x < 9$ |
| b) $6 < x \leq 7$ | d) $x < 5$ | f) $x \geq 7$ | h) $10 \leq x \leq 12$ |

- | | | | |
|-------------|--------------------|--------------------|---------------|
| a) $(1, 3)$ | c) $(-\infty, -2]$ | e) $(-3, +\infty)$ | g) $[5, 9)$ |
| b) $(6, 7]$ | d) $(-\infty, 5)$ | f) $[7, +\infty)$ | h) $[10, 12]$ |

18.- Representa los intervalos $(0, 5)$ y $(-2, 3)$ en la misma recta, y señala el intervalo intersección.



El intervalo intersección es $(0, 3)$.

19.- Representa los intervalos $(-\infty, 8)$ y $[2, +\infty)$ en la misma recta, y señala mediante un intervalo los puntos que pertenecen a ambos.



El intervalo intersección es $[2, 8)$.

20.- Obtén el error absoluto y relativo cometido al redondear y truncar:

a) $\frac{17}{9}$ a las centésimas.

b) 7,3568 a las milésimas.

c) 20,5556 a las décimas.

a)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	0,001	0,008
Error relativo	0,00058823...	0,0047058823...

b)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	0,0002	0,0008
Error relativo	0,000027185...	0,000108742...

c)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	0,0444	0,0556
Error relativo	0,002159995...	0,00270485...

TEMA 2- POTENCIAS Y RADICALES

1.- Calcula.

a) $(x^5 y^{-2}) : (x^6 y^{-1})$

b) $(6x^4 y^2) : (3x^2 y^{-2})$

a) $x^{5-6} y^{-2-(-1)} = x^{-1} y^{-1} = \frac{1}{xy}$

b) $2x^{4-2} y^{2-(-2)} = 2x^2 y^4$

2.- Simplifica y expresa el resultado como potencia.

a) $\frac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^{-4}}{6^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-14}}$

c) $9^2 \cdot 3^{-2} \cdot 27$

b) $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2^{-3}}{3^2} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2$

d) $\left(\left(\frac{1}{5}\right)^3\right)^{-2} \cdot 25$

$$\begin{aligned} \text{a) } 5^{7-(-14)} \cdot 3^{3-(-3)} \cdot (2 \cdot 3)^{-4-(-2)} &= 5^{21} \cdot 3^6 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} = 5^{21} \cdot 3^4 \cdot 2^{-2} = \\ &= \frac{5^{21} \cdot 3^4}{2^2} \end{aligned}$$

$$\text{b) } 2 \cdot \frac{3}{2^2} \cdot \frac{1}{2^3 \cdot 3^2} \cdot \frac{3^3}{2^6} = \frac{3^2}{2^{10}}$$

$$\text{c) } 3^4 \cdot 3^{-2} \cdot 3^3 = 3^5$$

$$\text{d) } \frac{1}{5^{-6}} \cdot 5^2 = 5^8$$

3.- Expresa en notación científica.

a) 9.340.000

b) 0,000125

c) 789.200

d) 1 billón

e) Media decena

f) 4

g) 0,0089

h) 137

i) 1 diezmilésima

j) 5 centésimas

k) 9 milésimas

l) 6 trillones

a) $9,34 \cdot 10^6$

b) $1,25 \cdot 10^{-4}$

c) $7,892 \cdot 10^5$

d) $1 \cdot 10^9$

e) $5 \cdot 10^1$

f) 4

g) $8,9 \cdot 10^{-3}$

h) $1,37 \cdot 10^2$

i) $1 \cdot 10^{-4}$

j) $5 \cdot 10^{-2}$

k) $9 \cdot 10^{-3}$

l) $6 \cdot 10^{18}$

4.- Realiza las siguientes operaciones, y expresa el resultado en notación científica.

$$\text{a) } 9,34 \cdot 10^4 + 7,6 \cdot 10^2$$

$$\text{b) } 7,8 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{c) } 3 \cdot 10^{-7} - 7 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{d) } (9 \cdot 10^4) \cdot (8,5 \cdot 10^2)$$

$$\text{e) } (5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (8 \cdot 10^{-5})$$

$$\text{f) } (4 \cdot 10^{-6}) : (2 \cdot 10^{-8})$$

$$\text{g) } (7 \cdot 10^4) : (1,4 \cdot 10^5)$$

$$\text{h) } (4 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^3) : (8 \cdot 10^{-2})$$

- a) $9,34 \cdot 10^6$
- b) $1,25 \cdot 10^{-4}$
- c) $7,892 \cdot 10^5$
- d) $1 \cdot 10^6$
- e) $5 \cdot 10^0$
- f) 4
- g) $8,9 \cdot 10^{-3}$
- h) $1,37 \cdot 10^2$
- i) $1 \cdot 10^{-4}$
- j) $5 \cdot 10^{-2}$
- k) $9 \cdot 10^{-3}$
- l) $6 \cdot 10^{18}$

5.- Transforma las potencias en raíces.

- a) $16^3 = 4.096$
- b) $4^3 = 64$
- c) $(-2)^5 = -32$
- d) $(-2)^8 = 256$

- a) $16 = \sqrt[3]{4.096}$
- b) $4 = \sqrt[3]{64}$
- c) $-2 = \sqrt[5]{-32}$
- d) $-2 = \sqrt[8]{256}$

6.- Calcula el valor numérico, si existe, de los siguientes radicales.

- a) $\sqrt[4]{16}$
 - b) $\sqrt[3]{-8}$
 - c) $\sqrt[4]{-100}$
 - d) $\sqrt[5]{243}$
- a) 2 y -2
 - b) -2
 - c) No existe
 - d) 3

7.- Razona si son equivalentes estos radicales.

- a) $\sqrt[4]{3^6}$ y $\sqrt{3^3}$
 - b) $\sqrt[5]{2^{10}}$ y $\sqrt{2}$
 - c) $\sqrt[4]{5^{10}}$ y $\sqrt{5^4}$
 - d) $\sqrt[4]{4}$ y $\sqrt{2}$
- a) $3^{\frac{6}{4}} = 3^{\frac{3}{2}} \rightarrow$ Equivalentes
 - b) $2^{\frac{10}{5}} \neq 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow$ No equivalentes
 - c) $5^{\frac{10}{4}} \neq 5^{\frac{4}{2}} \rightarrow$ No equivalentes
 - d) $4^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow$ Equivalentes

8.- Compara los siguientes radicales.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2} = \sqrt[30]{2^{15}} \\ \sqrt[3]{3} = \sqrt[30]{3^{10}} \\ \sqrt[5]{5} = \sqrt[30]{5^6} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$$

9.- Simplifica estos radicales.

a) $\sqrt[5]{5^{12}}$ b) $\sqrt[4]{3^{11}}$ c) $\sqrt[7]{a^{47}}$ d) $\sqrt[6]{b^{35}}$

a) $5^2 \sqrt[5]{5^2}$ c) $a^6 \sqrt[4]{a^5}$

b) $3^2 \sqrt[4]{3^3}$ d) $b^5 \sqrt[6]{b^5}$

10.- Introduce factores dentro del radical.

a) $6\sqrt{2}$ b) $2\sqrt[3]{6}$ c) $4\sqrt[4]{7}$ d) $2\sqrt[5]{5}$

a) $\sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{72}$

c) $\sqrt[4]{4^4 \cdot 7} = \sqrt[4]{1.792}$

b) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{48}$

d) $\sqrt[5]{2^5 \cdot 5} = \sqrt[5]{160}$

11.- Opera y simplifica.

a) $4\sqrt[6]{3} + 3\sqrt[6]{3} - \frac{1}{2}\sqrt[6]{3}$

c) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{4}$

b) $\frac{3}{2}\sqrt[4]{7} - \frac{5}{3}\sqrt[4]{7} + \sqrt[4]{7}$

d) $\frac{\sqrt[5]{1.568}}{\sqrt[4]{36}}$

$$\text{a) } \left(4 + 3 - \frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt[6]{3} = \frac{13}{2} \sqrt[6]{3}$$

$$\text{b) } \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{3} + 1\right) \cdot \sqrt[4]{7} = \frac{5}{6} \sqrt[4]{7}$$

$$\text{c) } \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 4^4}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[5]{2^5 \cdot 7^2}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot 2^2}} = \frac{2\sqrt[5]{7^2}}{\sqrt{3 \cdot 2}} = 2 \cdot \sqrt[10]{\frac{7^4}{2^5 \cdot 3^5}}$$

12.- Haz esta operación.

$$2\sqrt[5]{9} - (7\sqrt[5]{3})^2 + \sqrt[5]{9}$$

$$2\sqrt[5]{9} - (7\sqrt[5]{3})^2 + \sqrt[5]{9} = 2 \cdot 3^{\frac{2}{5}} - 7 \cdot 3^{\frac{2}{5}} + 3^{\frac{2}{5}} = -4 \cdot 3^{\frac{2}{5}} = -4\sqrt[5]{3^2} = -4\sqrt[5]{9}$$

13.- Resuelve y racionaliza.

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{125}}$$

$$\text{b) } \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{5 \cdot 2}{5\sqrt{5}} - \frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{8}{5\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{25}$$

$$\text{b) } \frac{(1 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2}{2}$$

14.- Efectúa estas operaciones y racionaliza el resultado, si fuera preciso.

a) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{3}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} + \frac{9}{3\sqrt{2}} = \frac{13}{3\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2}}{6}$

b) $\frac{(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2}) \cdot (1 + \sqrt{2})} = \frac{1 + 2\sqrt{2} + 2}{1 - 2} = -3 - 2\sqrt{2}$

15.- Simplifica.

a) $\frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{9^3 \cdot 25^2 \cdot 4^4}$

c) $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^4 \cdot 9^{-2}}{(-3)^{-4} \cdot 2^7 \cdot 25^5}$

b) $\frac{3^{-4} \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{8^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}}$

d) $\frac{32^{-1} \cdot 36^{-2} \cdot 18^{-2}}{8^{-5} \cdot 6^{-3} \cdot 9^4}$

a) $3^{6-6} \cdot 2^{8-8} \cdot 5^{3-4} = 5^{-1}$

b) $3^{-4+5-2} \cdot 2^{4-6+3} = 3^{-1} \cdot 2^1$

c) $-5^{3-10} \cdot 2^{12-7} \cdot 3^{-4-(-4)} = -5^{-7} \cdot 2^5$

d) $\frac{2^{-5} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-4}}{2^{-15} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-8}} = 2^7 \cdot 3^3$

16.- Realiza las siguientes operaciones.

a) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)^{-1} + 2 : \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{6}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3} - 1\right)^{-1}$

c) $\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right)^{-1} : \left(1 - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{14}{15}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)^{-1} + 2 : \left(\frac{7}{3}\right)^{-2} &= \left(-\frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2}{2^2 \cdot 7^2 \cdot 7}\right) + \left(\frac{2 \cdot 7^2}{3^2}\right) = \\ &= -\frac{3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 7^3} + \frac{2 \cdot 7^2}{3^2} = \frac{-3^4 \cdot 5^2 + 2^2 \cdot 7^5}{2 \cdot 7^3 \cdot 3^2} = \frac{31.589}{6.174} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} = 8 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$$

$$\text{c) } \left(-\frac{1}{10}\right)^{-1} : \left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{2^2}{3^2}\right) = -\frac{50}{3} - \frac{4}{9} = \frac{-154}{9}$$

17.- Realiza estas operaciones.

$$\text{a) } 5\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{243} - \frac{1}{2}\sqrt{75}$$

$$\text{b) } 4\sqrt{8} - 7\sqrt{50} + \frac{8}{3}\sqrt{18} + 4\sqrt{98}$$

$$\text{c) } 12\sqrt[3]{16} - \frac{3}{5}\sqrt[3]{128} + 7\sqrt[3]{54}$$

$$\text{a) } 10\sqrt{3} + 21\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - \frac{5}{2}\sqrt{3} = \frac{39}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{b) } 8\sqrt{2} - 35\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 28\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\text{c) } 24\sqrt[3]{2} - \frac{14}{5}\sqrt[3]{2} + 21\sqrt[3]{2} = \frac{211}{5}\sqrt[3]{2}$$

18.- Calcula.

$$\text{a) } \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{3a^2b} \cdot \sqrt{2ab^3}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{2a^3b^4} : \sqrt[3]{4ab^2}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a\sqrt[3]{b}}$$

$$a) a^{\frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{4}{6}} = a^{\frac{37}{12}} = \sqrt[12]{a^{37}}$$

$$b) \sqrt[6]{3^2 a^4 b^2} \cdot \sqrt[6]{2^3 a^3 b^9} = \sqrt[6]{72 a^7 b^{11}} = ab \sqrt[6]{72 ab^5}$$

$$c) \sqrt[15]{2^3 a^9 b^{12}} : \sqrt[15]{2^{10} a^{-5} b^{10}} = \sqrt[15]{2^{-7} a^4 b^2}$$

$$d) \sqrt[6]{ab} \cdot \sqrt[6]{a^3 b} = \sqrt[6]{a^4 b^2} = \sqrt[3]{a^2 b}$$

19.- Efectúa y simplifica.

$$a) (5\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2} \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$b) (2 + \sqrt{3})^2 - (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})$$

$$c) (3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) + (2 - 4\sqrt{5}) \cdot (2 + 4\sqrt{5})$$

$$d) (\sqrt{3} + \sqrt{5} - 4\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5} + 4\sqrt{7})$$

$$a) (10 + \sqrt{6}) \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 30\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{18} = \\ = 27\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

$$b) (4 + 4\sqrt{3} + 3) - (4 - 3) = 4\sqrt{3} - 6$$

$$c) (9 - 5) + (4 - 80) = -72$$

$$d) 3 - 5 + 16 \cdot 7 - \sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{3}\sqrt{5} + 4\sqrt{21} - 4\sqrt{21} - 4\sqrt{35} - 4\sqrt{35} = \\ = 110 - 8\sqrt{35}$$

20.- Expresa mediante un solo radical.

$$a) \sqrt[5]{3\sqrt{5}}$$

$$c) \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$$

$$e) \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$$

$$b) \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$$

$$d) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$f) \frac{1}{\sqrt{\sqrt{5}}}$$

$$a) \sqrt[10]{3^2 \cdot 5} = \sqrt[10]{45}$$

$$c) \sqrt{\sqrt[6]{\frac{2^3}{2^2}}} = \sqrt[12]{2}$$

$$e) \sqrt[12]{2}$$

$$b) \sqrt[8]{3}$$

$$d) \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$$

$$f) \sqrt[4]{\frac{1}{5}}$$

TEMA 3- POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1.- Dados los polinomios:

$$P(x) = -7x^4 + 6x^2 + 6x + 5$$

$$Q(x) = 3x^5 - 2x^2 + 2$$

$$R(x) = -x^5 + x^3 + 3x^2$$

calcula.

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $P(x) \cdot Q(x)$

d) $[P(x) - Q(x)] \cdot R(x)$

e) $[P(x) - R(x)] \cdot Q(x)$

a) $P(x) + Q(x) + R(x) = 2x^5 - 7x^4 + x^3 + 7x^2 + 6x + 7$

b) $P(x) - Q(x) = -3x^5 - 7x^4 + 8x^2 + 6x + 3$

c) $P(x) \cdot Q(x) =$
 $= -21x^9 + 18x^7 + 32x^6 + 15x^5 - 26x^4 - 12x^3 + 2x^2 + 12x + 10$

d) $[P(x) - Q(x)] \cdot R(x) = (-3x^5 - 7x^4 + 8x^2 + 6x + 3) \cdot (-x^5 + x^3 + 3x^2) =$
 $= 3x^{10} + 7x^9 - 3x^8 - 24x^7 - 27x^6 + 5x^5 + 30x^4 + 21x^3 + 9x^2$

e) $[P(x) - R(x)] \cdot Q(x) = (x^5 - 7x^4 - x^3 + 3x^2 + 6x + 5) \cdot (3x^5 - 2x^2 + 2) =$
 $= 3x^{10} - 21x^9 - 3x^8 + 7x^7 + 32x^6 + 19x^5 - 20x^4 - 14x^3 - 4x^2 + 12x + 10$

2.- Realiza las siguientes divisiones de polinomios. Comprueba, en cada una de ellas, el resultado que obtienes.

a) $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x^2 - 2x - 1)$

b) $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 - 1)$

c) $(x^4 + 1) : (x^2 + 1)$

d) $(x^5 + 2x^3 - 1) : (x^2 - 3)$

a) $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x^2 - 2x - 1) \rightarrow \begin{cases} \text{Cociente} = 2x + 1 \\ \text{Resto} = -x - 4 \end{cases}$

b) $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 - 1) \longrightarrow \begin{cases} \text{Cociente} = 2x - 3 \\ \text{Resto} = 6x - 6 \end{cases}$

c) $(x^4 + 1) : (x^2 + 1) \longrightarrow \begin{cases} \text{Cociente} = x^2 - 1 \\ \text{Resto} = 2 \end{cases}$

d) $(x^5 + 2x^3 - 1) : (x^2 - 3) \longrightarrow \begin{cases} \text{Cociente} = x^3 + 5x \\ \text{Resto} = 15x - 1 \end{cases}$

3.- Determina el cociente y el resto, aplicando la regla de Ruffini.

a) $(x^3 - x^2 + x - 3) : (x - 1)$

b) $(x^4 - x^3 - x + 9) : (x - 2)$

c) $(x^4 + x^2 - 10) : (x - 5)$

d) $(x^5 - 2x^3 + x - 7) : (x + 3)$

e) $(x^7 + x^4 - 7x^2) : (x + 4)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array} \rightarrow C(x) = x^2 + 1; R(x) = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & -1 & 0 & -1 & 9 \\ & & 2 & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 3 & 15 \end{array} \rightarrow C(x) = x^3 + x^2 + 2x + 3; R(x) = 15$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 5 & 1 & 0 & 1 & 0 & -10 \\ & & 5 & 25 & 130 & 650 \\ \hline & 1 & 5 & 26 & 130 & 640 \end{array}$$

$C(x) = x^3 + 5x^2 + 26x + 130; R(x) = 640$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -3 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & -7 \\ & & -3 & 9 & -21 & 63 & -192 \\ \hline & 1 & -3 & 7 & -21 & 64 & -199 \end{array}$$

$C(x) = x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 21x + 64; R(x) = -199$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} -4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -7 & 0 & 0 \\ & & -4 & 16 & -64 & 252 & -1.008 & 4.060 & -16.240 \\ \hline & 1 & -4 & 16 & -63 & 252 & -1.015 & 4.060 & -16.240 \end{array}$$

$C(x) = x^6 - 4x^5 + 16x^4 - 63x^3 + 252x^2 - 1.015x + 4.060; R(x) = -16.240$

4.- Calcula el valor de m para que la división sea exacta.

$$(x^5 - 2x^3 - 8x^2 + mx + 3) : (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 3 & 1 & 0 & -2 & -8 & m & 3 \\ & & 3 & 9 & 21 & 39 & 117 + 3m \\ \hline & 1 & 3 & 7 & 13 & 39 + m & 120 + 3m \end{array}$$

$$120 + 3m = 0 \rightarrow m = -40$$

5.- Comprueba que se verifica el teorema del resto para $P(x) = x^4 - 3x + 2$ si:

a) $x = 2$

b) $x = -1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ & & 2 & 4 & 8 & 10 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 5 & 12 \end{array}$$

$$P(2) = 2^4 - 3 \cdot 2 + 2 = 12$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ & & -1 & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -4 & 6 \end{array}$$

$$P(-1) = (-1)^4 - 3 \cdot (-1) + 2 = 6$$

6.- ¿Cuánto vale a si el valor numérico de $P(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + a$, para $x = 2$, es 0?

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -2 & -3 & a \\ & & 2 & 0 & -6 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & a-6 \end{array} \rightarrow a-6=0 \rightarrow a=6$$

7.- Calcula las raíces de estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

c) $R(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 6$

b) $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

d) $S(x) = x^2 - 5x - 14$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ & & 1 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow 1 \text{ es raíz, } 1 + \sqrt{3} \text{ y } 1 - \sqrt{3} \text{ son también raíces.}$$

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 1 & -2 & 1 \\ & & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \end{array} \rightarrow 1 \text{ es raíz doble.}$$

c) No tiene raíces racionales, al probar con los divisores del denominador nunca da cero.

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & -5 & -14 \\ & & -2 & 14 \\ \hline & 1 & -7 & 0 \end{array} \rightarrow -2 \text{ es raíz.} \\ \begin{array}{r|rrr} 7 & 1 & -5 & -14 \\ & & 7 & 14 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array} \rightarrow 7 \text{ es raíz.} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Son las dos raíces del polinomio.}$$

8.- Calcula a para que $x - 1$ sea divisor de $2x^3 - x^2 + 3x + a$.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -1 & 3 & a \\ & & 2 & 1 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 4 & a+4 \end{array} \rightarrow a+4=0 \rightarrow a=-4$$

9.- Descompón en factores estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 8$

d) $P(x) = x^5 + 3x^4 - 9x^3 - 23x^2 - 12x$

b) $P(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

e) $P(x) = x^3 - 3x^2 - 25x - 21$

c) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

f) $P(x) = x^5 - 9x^3$

a) $P(x) = x^3 - 8 = (x^2 + 2x + 4) \cdot (x - 2)$

b) $P(x) = x \cdot (x^2 + 4x + 4) = x \cdot (x + 2)^2$

c) $P(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 2)^2$

d) $P(x) = x \cdot (x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 23x + 4) = x \cdot (x + 1)^2 \cdot (x - 3) \cdot (x + 4)$

e) $P(x) = (x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - 7)$

f) $P(x) = x^3 \cdot (x^2 - 9) = x^3 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$

10.- Razona si son ciertas estas igualdades.

a) $x^3 + 9 = x \cdot (x + 3) \cdot (x + 3)$

b) $x^2 \cdot (x^2 + 1) = [x \cdot (x + 1)]^2$

a) Es falsa, porque $x \cdot (x + 3) \cdot (x + 3) = x^3 + 6x^2 + 9x$.

b) Es falsa, porque $[x \cdot (x + 1)]^2 = x^2 \cdot (x^2 + 2x + 1)$.

11.- Simplifica estas fracciones algebraicas.

a) $\frac{2x - 2}{2x - 6}$

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 1}$

e) $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 5x + 4}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

d) $\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x}{6x^3 - 6x}$

f) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

a) $\frac{2x - 2}{2x - 6} = \frac{2 \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x - 3)} = \frac{x - 1}{x - 3}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x + 1) \cdot (x - 1)}{(x - 1) \cdot (x - 3)} = \frac{x + 1}{x - 3}$

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 1} = \frac{x - 1}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{1}{x + 1}$

d) $\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x}{6x^3 - 6x} = \frac{2x \cdot (x + 1)^2}{6x \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{x + 1}{3 \cdot (x - 1)}$

e) $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 5x + 4} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 2)^2}{(x - 4) \cdot (x - 1)} = \frac{(x + 2)^2}{x - 4}$

f) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x - 1)^2} = \frac{x + 1}{x - 1}$

12.- Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{x - 2}{x + 2} + \frac{2x}{x - 2}$

c) $\frac{x}{x^2 + 2} \cdot \frac{3x^2}{x - 1}$

a) $\frac{x - 2}{x + 2} + \frac{2x}{x - 2} = \frac{(x - 2) \cdot (x - 2) + 2x \cdot (x + 2)}{(x + 2) \cdot (x - 2)} =$
 $= \frac{x^2 - 4x + 4 + 2x^2 + 4x}{x^2 - 4} = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 4}$

b) $\frac{2x + 1}{x + 1} - \frac{x + 1}{x} = \frac{x \cdot (2x + 1) - (x + 1) \cdot (x + 1)}{x \cdot (x + 1)} =$
 $= \frac{2x^2 + x - x^2 - 2x - 1}{x^2 + x} = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x}$

c) $\frac{x}{x^2 + 2} \cdot \frac{3x^2}{x - 1} = \frac{x \cdot 3x^2}{(x^2 + 2) \cdot (x - 1)} = \frac{3x^3}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$

d) $\frac{x - 1}{x^2 - x - 2} : \frac{x + 1}{x^2 - 2x} = \frac{(x - 1) \cdot (x^2 - 2x)}{(x^2 - x - 2) \cdot (x + 1)} =$
 $= \frac{(x - 1) \cdot x \cdot \cancel{(x - 2)}}{(x + 1) \cdot \cancel{(x - 2)} \cdot (x + 1)} = \frac{(x - 1) \cdot x}{(x + 1)^2}$

13.- Señala cuáles de los siguientes polinomios son el cuadrado de un binomio, e indícalo.

a) $25x^2 - 70x + 49$

b) $x^4 - 6x^3 + 9x^2$

c) $x^6 + 4x^3 + 4$

d) $x^6 - 4x^3 + 4$

e) $4x^4 - 16x^2 - 16$

f) $9x^4 + 12x^3 + 4$

a) $(5x - 7)^2$

b) $(x^2 - 3x)^2$

c) $(x^3 + 2)^2$

d) $(x^3 - 2)^2$

e) No es el cuadrado de un binomio.

f) No es el cuadrado de un binomio.

14.- Simplifica estas fracciones algebraicas.

a) $\frac{x+1}{x^2-1}$

b) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+2}$

c) $\frac{x^2-1}{x-1}$

d) $\frac{x^2-x}{x^3-x^2}$

e) $\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}$

f) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$

g) $\frac{x^4+x^3+x^2}{3x^2+3x+3}$

h) $\frac{x^3-12x+16}{x^3-10x^2+32x-32}$

a) $\frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$

b) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+2} = \frac{x+2}{x-2}$

c) $\frac{x^2-1}{x-1} = x+1$

d) $\frac{x^2-x}{x^3-x^2} = \frac{1}{x}$

e) $\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6} = \frac{1}{x-2}$

f) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2} = \frac{x-1}{x+1}$

g) $\frac{x^4+x^3+x^2}{3x^2+3x+3} = \frac{x^2}{3}$

h) $\frac{x^3-12x+16}{x^3-10x^2+32x-32} = \frac{(x-2)(x+4)}{(x-4)^2}$

15.- Realiza estas operaciones y simplifica.

$$a) \frac{2}{x^2 + 2x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$$

$$b) \frac{5}{4x} + \frac{1}{x+1} - \frac{2x-3}{x^2+x} - \frac{3}{4}$$

$$c) \frac{x-1}{2x+6} + \frac{8}{-3x-9} - \frac{1}{3x^2}$$

$$d) \frac{x-2}{6x+6} - \frac{x+3}{2x+2} + \frac{3-x}{4x+4}$$

$$a) \frac{2 \cdot (x-1)^2}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2} - \frac{3 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2} - \frac{4 \cdot (x+1)^2}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2} =$$

$$= \frac{-5x^2 - 12x + 1}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2}$$

$$b) \frac{5 \cdot (x+1)}{4x \cdot (x+1)} + \frac{4x}{4x \cdot (x+1)} - \frac{4 \cdot (2x-3)}{4x \cdot (x+1)} - \frac{3x \cdot (x+1)}{4x \cdot (x+1)} =$$

$$= \frac{-3x^2 - 2x + 17}{4x \cdot (x+1)}$$

$$c) \frac{3x^2 \cdot (x-1)}{6x^2 \cdot (x+3)} - \frac{2x^2 \cdot 8}{6x^2 \cdot (x+3)} - \frac{2 \cdot (x+3)}{6x^2 \cdot (x+3)} = \frac{3x^3 - 13x^2 - 2x - 6}{6x^2 \cdot (x+3)}$$

$$d) \frac{2 \cdot (x-2)}{12 \cdot (x+1)} - \frac{3 \cdot (x+3)}{12 \cdot (x+1)} + \frac{3 \cdot (3-x)}{12 \cdot (x+1)} = \frac{-13x - 1}{12 \cdot (x+1)}$$

16.- Efectúa estas divisiones de fracciones algebraicas y simplifica el resultado.

$$a) \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} : \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4}$$

$$c) \frac{2x - 1}{x^2 + 2x} : \frac{4x}{x^3 + 2x^2}$$

$$b) \frac{3x + 9}{x - 3} : \frac{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}{x^2 - 9}$$

$$a) \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x-2)^2} : \frac{(x+1)^2}{(x+2) \cdot (x-2)} = \frac{(x-1) \cdot (x+2)}{(x-2) \cdot (x+1)}$$

$$b) \frac{3 \cdot (x+3)}{(x-3)} : \frac{(x+2) \cdot (x+3)^2}{(x+3) \cdot (x-3)} = \frac{3}{x+2}$$

$$c) \frac{2x+1}{x \cdot (x+2)} : \frac{4x}{x^2 \cdot (x+2)} = \frac{2x+1}{4}$$

TEMA 4- ECUACIONES E INECUACIONES

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4x - 8 = 6x$

c) $x^2 + 14x + 49 = 0$

b) $x^2 + 7x + 12 = 0$

d) $5x^2 + 10x + 7 = 0$

a) $4x - 6x = 8 \rightarrow x = -4$

b) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

c) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 49}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow x_1 = x_2 = -7$

d) $x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 35}}{10} = \frac{-10 \pm \sqrt{-40}}{10} \rightarrow$ No tiene solución.

a) $x^4 + 7x^2 - 3 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 + 7z - 3 = 0$

$$z = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 12}}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-7 + \sqrt{61}}{2} \xrightarrow{z=x^2} x = \pm \sqrt{\frac{-7 + \sqrt{61}}{2}} \\ z_2 = \frac{-7 - \sqrt{61}}{2} \xrightarrow{z=x^2} \text{No tiene solución.} \end{cases}$$

b) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{z=x^2} 36z^2 - 13z + 1 = 0$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{72} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{18}{42} = \frac{1}{4} \xrightarrow{z=x^2} x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ z_2 = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} \xrightarrow{z=x^2} x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{1}{3} \\ x_4 = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{cases}$$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 5z + 4 = 0$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2 \\ z_2 = 1 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 1 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1 \end{cases}$$

d) $2x^4 - 6x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{z=x^2} 2z^2 - 6z + 4 = 0$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 2 \rightarrow x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2} \\ z_2 = 1 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 1 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1 \end{cases}$$

2.- Encuentra una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 2 y -7.

$$(x - 2) \cdot (x + 7) = x^2 + 5x - 14 = 0$$

3.- Calcula las soluciones de estas ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 + 7x^2 - 3 = 0$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

d) $2x^4 - 6x^2 + 4 = 0$

a) $x^4 + 7x^2 - 3 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 + 7z - 3 = 0$

$$z = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 12}}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-7 + \sqrt{61}}{2} \xrightarrow{z=x^2} x = \pm \sqrt{\frac{-7 + \sqrt{61}}{2}} \\ z_2 = \frac{-7 - \sqrt{61}}{2} \xrightarrow{z=x^2} \text{No tiene solución.} \end{cases}$$

b) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{z=x^2} 36z^2 - 13z + 1 = 0$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{72} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{18}{42} = \frac{1}{4} \xrightarrow{z=x^2} x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ z_2 = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} \xrightarrow{z=x^2} x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{1}{3} \\ x_4 = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{cases}$$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 5z + 4 = 0$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2 \\ z_2 = 1 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 1 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1 \end{cases}$$

d) $2x^4 - 6x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{z=x^2} 2z^2 - 6z + 4 = 0$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 2 \rightarrow x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2} \\ z_2 = 1 \xrightarrow{z=x^2} x^2 = 1 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1 \end{cases}$$

4.- Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{x}{x-2} + 2x = 1$

c) $(x+1) \cdot (x-7) \cdot (x+4) = 0$

b) $\frac{x+2}{x-3} + \frac{3 \cdot (x+6)}{x} = \frac{1}{x}$

d) $(x-3) \cdot (x^2 + 2x + 1) \cdot (x^2 + 5) = 0$

a) $\frac{x}{x-2} + 2x = 1 \rightarrow \frac{x}{x-2} + \frac{2x^2 - 4x}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - 3x = x - 2 \rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{4} \rightarrow x_1 = x_2 = 1$$

b) $\frac{x+2}{x-3} + \frac{3 \cdot (x+6)}{x} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{x^2 + 2x}{x \cdot (x-3)} + \frac{3x^2 + 9x - 54}{x \cdot (x-3)} = \frac{x-3}{x \cdot (x-3)}$
 $\rightarrow 4x^2 + 11x - 54 = x - 3$
 $\rightarrow 4x^2 + 10x - 51 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 816}}{8} = \frac{-10 \pm \sqrt{916}}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-10 + \sqrt{916}}{8} \\ x_2 = \frac{-10 - \sqrt{916}}{8} \end{cases}$$

c) $x+1 = 0 \rightarrow x_1 = -1$
 $x-7 = 0 \rightarrow x_2 = 7$
 $x+4 = 0 \rightarrow x_3 = -4$

d) $x-3 = 0 \rightarrow x_1 = 3$
 $x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x_2 = x_3 = -1$
 $x^2 + 5 = 0 \rightarrow$ No tiene solución.

5.- Escribe una ecuación que tenga como soluciones -2 , -1 , 0 y 6 .

$$x \cdot (x+2) \cdot (x+1) \cdot (x-6) = x^4 - 3x^3 - 16x^2 - 12x = 0$$

6.- Resuelve las ecuaciones.

a) $\sqrt{9+x} = x - 11$

b) $x - \sqrt{x} = 6$

a) $\sqrt{9+x} = x - 11 \rightarrow 9 + x = x^2 - 22x + 121 \rightarrow x^2 - 23x + 112 = 0$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 448}}{2} = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{23+9}{2} = 16 \\ x_2 = \frac{23-9}{2} = 7 \end{cases}$$

b) $x - \sqrt{x} = 6 \rightarrow x - 6 = \sqrt{x} \rightarrow x^2 - 12x + 36 = x \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13+5}{2} = 9 \\ x_2 = \frac{13-5}{2} = 4 \end{cases}$$

7.- Resuelve.

a) $\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$

b) $\sqrt{x^2 - 2x} + x = \sqrt{x}$

a) $\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1 \rightarrow x + 7 = x + 1 + 2\sqrt{x} \rightarrow 3 = \sqrt{x} \rightarrow x = 9$

b) $\sqrt{x^2 - 2x} + x = \sqrt{x} \rightarrow x^2 - 2x + x^2 + 2x\sqrt{x^2 - 2x} = x$

$$\rightarrow 2x^2 - 3x = 2x\sqrt{x^2 - 2x} \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^4 + 9x^2 - 12x^3 = 4x^2 \cdot (x^2 - 2x)$$

$$\rightarrow 9x^2 - 4x^3 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 \cdot (9 - 4x) = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0$$

$$9 - 4x = 0 \rightarrow x_3 = \frac{9}{4}$$

8.- Determina tres soluciones en cada caso.

a) $x - 4 \leq 3$

b) $2x + 2 > 0$

c) $\frac{x}{2} + 1 < -2$

d) $x^2 + 1 \geq 1$

a) $x \leq 7 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = -6$

b) $x > -1 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 5$

c) $x < -6 \rightarrow x_1 = -12, x_2 = -20, x_3 = -61$

d) $x^2 \geq 0 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = -6$

9.- Resuelve estas inecuaciones.

a) $2x - 3x + 5 > 6x - 1$

b) $7 - 2x < -4$

a) $2x - 3x - 6x > -1 - 5 \rightarrow -7x > -6 \rightarrow x < \frac{6}{7}$

b) $-2x < -11 \rightarrow x > \frac{11}{2}$

10.- Resuelve estas inecuaciones.

a) $4x - 2 \cdot (x + 1) \leq 0$

c) $x^2 - 3x \geq 4$

b) $x + 4 \cdot (3 - x) < 15$

d) $3x - 2x^2 < x + x^2$

a) $4x - 2 \cdot (x + 1) \leq 0 \rightarrow 2x - 2 \leq 0 \rightarrow x \leq 1$

b) $x + 4 \cdot (3 - x) < 15 \rightarrow x + 12 - 4x < 15 \rightarrow -3x < 3 \rightarrow x > -1$

c) $x^2 - 3x \geq 4 \rightarrow x^2 - 3x - 4 \geq 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 4, x_2 = -1$

La solución es los intervalos $(-\infty, -1]$ y $[4, +\infty)$.

d) $3x - 2x^2 < x + x^2 \rightarrow 2x - 3x^2 < 0$

$2x - 3x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3}$

La solución es los intervalos $(-\infty, 0)$ y $(\frac{2}{3}, +\infty)$.

11.- Escribe una inecuación cuya solución sea el intervalo $[2, +\infty)$.

$$x - 5 \geq -3$$

12.- Resuelve, sacando factor común.

a) $5x^2 + 10x + 5 = 0$

b) $6x^2 + 24x + 18 = 0$

c) $32x^2 - 80x + 18 = 0$

d) $-100x^2 + 275x + 75 = 0$

e) $-120x^2 + 300x + 720 = 0$

a) $x_1 = 3, x_2 = 2$

b) $x_1 = 3, x_2 = 1$

c) $x_1 = 3, x_2 = -1$

d) $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

e) $x_1 = 5, x_2 = 3$

f) $x_1 = 6, x_2 = -5$

g) $x_1 = \frac{5}{4}, x_2 = \frac{-3}{2}$

h) $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$

$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$

i) $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{73}}{4}$

$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{73}}{4}$

j) No tiene solución.

13.- Resuelve.

a) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{12}$

b) $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{12 \cdot (x+1)}{12 \cdot (x^2-1)} + \frac{12 \cdot (x-1)}{12 \cdot (x^2-1)} &= \frac{5 \cdot (x^2-1)}{12 \cdot (x^2-1)} \\ &\rightarrow 12x + 12 + 12x - 12 = 5x^2 - 5 \\ &\rightarrow 5x^2 - 24x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = \frac{-1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{(3-x) \cdot (x-2)}{x^2-4} - \frac{(x+2) \cdot (x-1)}{x^2-4} &= \frac{-2 \cdot (x^2-4)}{x^2-4} \\ &\rightarrow -x^2 + 5x - 6 - x^2 - x + 2 = -2x^2 + 8 \\ &\rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

14.- Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

$$\text{a) } \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{10}$$

$$\text{d) } \frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 3$$

$$\text{b) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{16}$$

$$\text{e) } \frac{-2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{9}{16}$$

$$\text{a) } \frac{10}{10x} + \frac{5}{10x} = \frac{3x}{10x} \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{16x}{16x^2} + \frac{16}{16x^2} &= \frac{5x^2}{16x^2} \rightarrow 5x^2 - 16x - 16 = 0 \\ &\rightarrow x_1 = 4, x_2 = \frac{-4}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4 \cdot (x-1)}{4 \cdot (x^2-1)} + \frac{8 \cdot (x+1)}{4 \cdot (x^2-1)} &= \frac{5 \cdot (x^2-1)}{4 \cdot (x^2-1)} \\ &\rightarrow 4x - 4 + 8x + 8 = 5x^2 - 5 \rightarrow 5x^2 - 12x - 9 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{-3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3 \cdot (x+2)}{x^2-4} + \frac{4 \cdot (x-2)}{x^2-4} &= \frac{3 \cdot (x^2-4)}{x^2-4} \\ &\rightarrow 3x + 6 + 4x - 8 = 3x^2 - 12 \\ &\rightarrow 3x^2 - 7x - 10 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{10}{3}, x_2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{-32 \cdot (x-2)}{16 \cdot (x-2)^2} + \frac{16}{16 \cdot (x-2)^2} &= \frac{9 \cdot (x-2)^2}{16 \cdot (x-2)^2} \\ &\rightarrow -32x + 64 + 16 = 9x^2 - 36x + 36 \\ &\rightarrow 9x^2 - 4x - 44 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{22}{9}, x_2 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{15}{3 \cdot (x^2-1)} - \frac{30 \cdot (x-1)}{3 \cdot (x^2-1)} &= \frac{-5 \cdot (x^2-1)}{3 \cdot (x^2-1)} \\ &\rightarrow 15 - 30x + 30 = -5x^2 + 5 \\ &\rightarrow 5x^2 - 30x + 40 = 0 \rightarrow x_1 = 4, x_2 = 2 \end{aligned}$$

15.- Resuelve las ecuaciones, factorizando el polinomio de la ecuación.

- a) $x^3 - x^2 = 0$ c) $x^3 - 25x = 0$ e) $x^3 - 4x = 0$ g) $x^4 - x^3 = 0$
 b) $x^3 - x = 0$ d) $x^3 + 2x^2 = 0$ f) $x^3 - 5x^2 = 0$ h) $x^5 - 16x^3 = 0$

a)
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4 & -4 & 16 \\ 4 & & 4 & 0 & -16 \\ \hline 1 & 0 & -4 & 0 \end{array} \rightarrow x_1 = 4$$

 $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 2, x_3 = -2$

b) $x^2 \cdot (x^2 + 2x - 8) = 0$
 $x^2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0$
 $x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x_3 = 2, x_4 = -4$

c) $x \cdot (x^3 - 2x^2 - 11x + 12) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & -11 & 12 \\ 1 & & 1 & -1 & -12 \\ \hline 1 & -1 & -12 & 0 \end{array} \rightarrow x_2 = 1$$

 $x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow x_3 = 4, x_4 = -3$

d) $x \cdot (x^2 - 7x + 10) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow x_2 = 5, x_3 = 2$

e) $2x^3 - 11x^2 + 12x = 0 \rightarrow x \cdot (2x^2 - 11x + 12) = 0 \rightarrow x_1 = 0$
 $2x^2 - 11x + 12 = 0 \rightarrow x_2 = 4, x_3 = \frac{3}{2}$

16.- Expresa cada enunciado como inecuación, como intervalo y gráficamente.

- a) Números menores que 9 y mayores o iguales que 4.
 b) Números menores o iguales que 10.
 c) Números mayores que -3 y menores que 3.
 d) Números mayores o iguales que -6.
 e) Números menores que -5 y mayores que -10.
 f) Números mayores que -8 y menores o iguales que 0.
 g) Los años que tiene una persona mayor de edad.
 h) Los números de la matrícula de un coche.

- | | |
|--|---|
| a) $4 \leq x < 9 \rightarrow [4, 9)$ | e) $-10 < x < -5 \rightarrow (-10, -5)$ |
| b) $x \leq 10 \rightarrow (-\infty, 10]$ | f) $-8 < x \leq 0 \rightarrow (-8, 0]$ |
| c) $-3 < x < 3 \rightarrow (-3, 3)$ | g) $x \geq 18 \rightarrow [18, +\infty)$ |
| d) $x \geq -6 \rightarrow [-6, +\infty)$ | h) $0 \leq x \leq 9.999 \rightarrow [0, 9.999]$ |

17.- Resuelve la inecuación en forma factorizada.

$$(x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) \geq 0$$

Para ello utiliza la regla de los signos y comprueba para qué valores es positivo y negativo este producto.

$x + 1$	-	-	+	+
$x - 2$	-	-	-	+
$x + 3$	-	+	+	+

$$(x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) \rightarrow \quad - \quad -3 \quad + \quad -1 \quad - \quad 2 \quad +$$

La solución es los intervalos $[-3, -1]$ y $[2, +\infty)$.