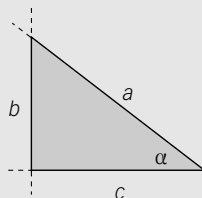


DISTINGUIR LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Nombre: Curso: Fecha:

Dado un triángulo rectángulo, definimos las **razones trigonométricas** de uno de sus ángulos α :



seno

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b}{a}$$

(cateto opuesto dividido entre hipotenusa)

coseno

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{c}{a}$$

(cateto contiguo dividido entre hipotenusa)

tangente

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c}$$

(cateto opuesto dividido entre cateto contiguo)

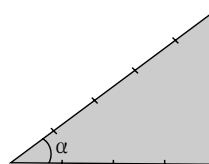
EJEMPLO

Determina las razones trigonométricas del ángulo α en el triángulo de la figura.

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{3}{5}$$

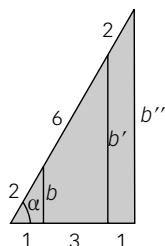
$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c} = \frac{3}{4}$$



ACTIVIDADES

- 1 Completa las igualdades y comprueba que las razones trigonométricas son independientes del tamaño del triángulo elegido.



Aplicando el teorema de Pitágoras a cada uno de los tres triángulos de menor a mayor tamaño, hallamos b , b' y b'' :

$$b = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$b' = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 16} = 4\sqrt{3}$$

$$b'' = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 25} = 5\sqrt{3}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b'}{8} = \frac{4\sqrt{3}}{8} =$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b''}{10} = \frac{5\sqrt{3}}{10} =$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} =$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{c'}{a'} = \frac{3}{8} =$$

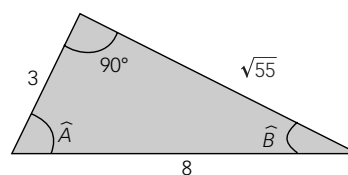
$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{c''}{a''} = \frac{5}{10} =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b'}{c'} = \frac{4\sqrt{3}}{4} =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b''}{c''} = \frac{5\sqrt{3}}{5} =$$

- 2 Halla las razones trigonométricas de los ángulos \hat{A} y \hat{B} .



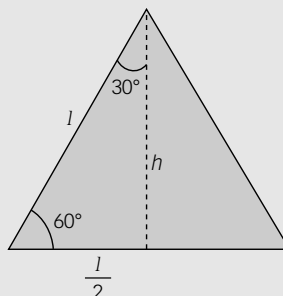
CALCULAR LAS RAZONES DE LOS ÁNGULOS DE 30°, 45° Y 60°

Nombre: Curso: Fecha:

Las razones trigonométricas de los ángulos de 30° y 60° se deducen a partir de un triángulo equilátero de lado l .

Aplicando el teorema de Pitágoras, calculamos su altura:

$$h^2 = l^2 - (l/2)^2 = l^2 - l^2/4 = 3l^2/4 \rightarrow h = l \cdot \sqrt{3}/2$$



Las razones trigonométricas del ángulo de 60° son:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{l \cdot \sqrt{3}/2}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \operatorname{cos} 60^\circ = \frac{l/2}{l} = \frac{1}{2} \quad \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{l \cdot \sqrt{3}/2}{l/2} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$$

ACTIVIDADES

- 1** Deduce las razones trigonométricas del ángulo de 30° a partir del triángulo equilátero anterior.

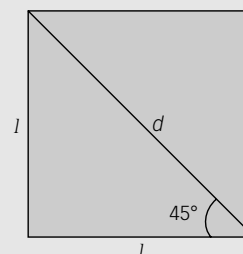
Las razones trigonométricas del ángulo de 30° son:

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{l/2}{l} = \frac{1}{2}; \quad \operatorname{cos} 30^\circ = \frac{l \cdot \sqrt{3}/2}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{l/2}{l \cdot \sqrt{3}/2} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Las razones trigonométricas del ángulo de 45° se deducen a partir de un cuadrado y su diagonal.

Aplicando el teorema de Pitágoras, calculamos la diagonal:

$$d^2 = l^2 + l^2 = 2 \cdot l^2 \rightarrow d = l \cdot \sqrt{2}$$



Las razones trigonométricas del ángulo de 45° son:

$$\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{l}{l \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \operatorname{cos} 45^\circ = \frac{l}{l \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{l}{l} = 1$$

- 2** Completa la tabla con las razones trigonométricas de ángulos notables.

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	no existe	0	no existe	0

HALLAR RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS CUALESQUIERA

Nombre: _____

Curso: _____

Fecha: _____

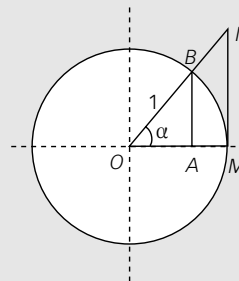
La circunferencia goniométrica o círculo unitario es una circunferencia de radio la unidad.

Sobre dicha circunferencia, el valor del seno coincide con \overline{AB} y el coseno con \overline{OA} .

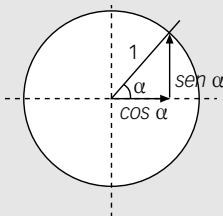
$$\text{sen } \alpha = \frac{AB}{1} = AB \quad \text{cos } \alpha = \frac{OA}{1} = OA$$

La tangente coincide con el segmento MN , que es tangente a la circunferencia, ya que:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{MN}}{1} = \overline{MN}$$

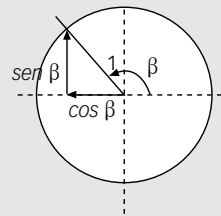


En el primer cuadrante:



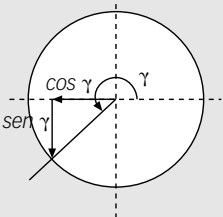
$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &> 0 \\ \text{cos } \alpha &> 0 \\ \text{tg } \alpha &> 0 \end{aligned}$$

En el segundo cuadrante:



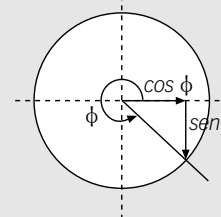
$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &> 0 \\ \text{cos } \beta &< 0 \\ \text{tg } \beta &< 0 \end{aligned}$$

En el tercer cuadrante:



$$\begin{aligned} \text{sen } \gamma &< 0 \\ \text{cos } \gamma &< 0 \\ \text{tg } \gamma &> 0 \end{aligned}$$

En el cuarto cuadrante:



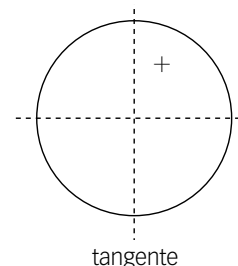
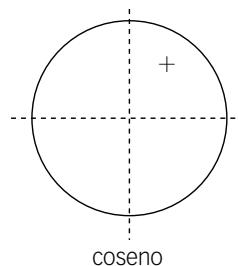
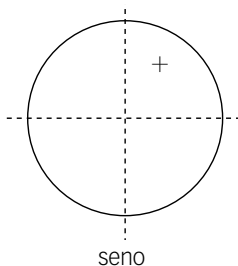
$$\begin{aligned} \text{sen } \phi &< 0 \\ \text{cos } \phi &> 0 \\ \text{tg } \phi &< 0 \end{aligned}$$

ACTIVIDADES

- 1** Completa la siguiente tabla con los signos que correspondan a las razones trigonométricas indicadas.

	40°	70°	110°	210°	300°
sen	+				
cos	+				
tg	+				

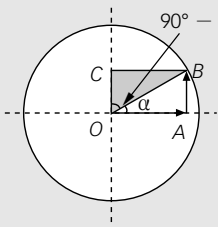
- 2** Escribe, para cada cuadrante, el signo del seno, el coseno y la tangente.



RELACIONAR LAS RAZONES DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

Nombre: Curso: Fecha:

Ángulos **complementarios** son aquellos cuya suma vale 90° .



El cateto opuesto al ángulo de $90^\circ - \alpha$ (BC) es igual al cateto contiguo a α (OA): **$\text{sen } (90^\circ - \alpha) = \text{cos } \alpha$**

El cateto contiguo al ángulo de $90^\circ - \alpha$ (OC) es igual al cateto opuesto a α (AB): **$\text{cos } (90^\circ - \alpha) = \text{sen } \alpha$**

$$\text{tg } (90^\circ - \alpha) = \frac{\text{sen } (90^\circ - \alpha)}{\text{cos } (90^\circ - \alpha)} = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha} = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

EJEMPLO

Determina las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = 60^\circ$, sabiendo que las razones del ángulo de 30° ($60^\circ = 90^\circ - 30^\circ$) son:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 60^\circ = \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{1}{\text{tg } 30^\circ} = \frac{1}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

ACTIVIDADES

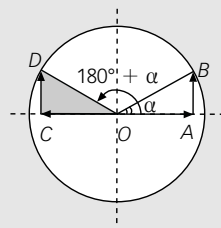
- 1 Halla las razones trigonométricas del ángulo de 75° , sabiendo que las razones de 15° son:

$$\text{sen } 15^\circ = 0,259$$

$$\text{cos } 15^\circ = 0,966$$

$$\text{tg } 15^\circ = 0,268$$

Ángulos **suplementarios** son aquellos cuya suma vale 180° .



El cateto opuesto al ángulo de $180^\circ - \alpha$ (CD) es igual al cateto opuesto a α (AB): **$\text{sen } (180^\circ - \alpha) = \text{sen } \alpha$**

El cateto contiguo al ángulo de $180^\circ - \alpha$ (OC) es el contrario del cateto contiguo a α (OA): **$\text{cos } (180^\circ - \alpha) = -\text{cos } \alpha$**

$$\text{tg } (180^\circ - \alpha) = \frac{\text{sen } (180^\circ - \alpha)}{\text{cos } (180^\circ - \alpha)} = \frac{\text{sen } \alpha}{-\text{cos } \alpha} = -\text{tg } \alpha$$

EJEMPLO

Obtén las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = 120^\circ$, sabiendo que las razones del ángulo de 60° ($120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$) son:

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{sen } 120^\circ = \text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 120^\circ = -\text{cos } 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 120^\circ = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}$$

- 2 Calcula las razones trigonométricas del ángulo de 155° , sabiendo que las razones de 25° son:

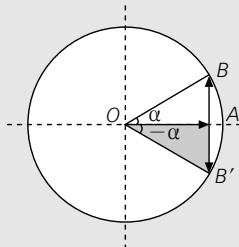
$$\text{sen } 25^\circ = 0,423$$

$$\text{cos } 25^\circ = 0,906$$

$$\text{tg } 25^\circ = 0,466$$

Nombre: Curso: Fecha:

Los **ángulos opuestos** son los que miden igual, pero tienen distinto signo.



El cateto opuesto al ángulo $-\alpha$ (AB') es el contrario al cateto opuesto a α (AB): **$\text{sen } (-\alpha) = -\text{sen } \alpha$**

El cateto contiguo al ángulo $-\alpha$ (OA) es igual al cateto contiguo a α (OA): **$\text{cos } (-\alpha) = \text{cos } \alpha$**

$$\text{tg } (-\alpha) = \frac{-\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = -\text{tg } \alpha$$

EJEMPLO

Obtén las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = -20^\circ$, sabiendo que las razones del ángulo de 20° son:

$$\text{sen } 20^\circ = 0,342$$

$$\text{cos } 20^\circ = 0,940$$

$$\text{tg } 20^\circ = 0,364$$

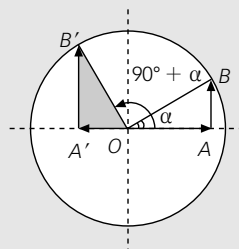
$$\text{sen } (-20^\circ) = -\text{sen } 20^\circ = -0,342$$

$$\text{cos } (-20^\circ) = \text{cos } 20^\circ = 0,940$$

$$\text{tg } (-20^\circ) = -\text{tg } 20^\circ = -0,364$$

ACTIVIDADES

- 1 Halla las razones trigonométricas del ángulo de -45° , (encuentra en la tabla del objetivo 2 las razones del ángulo de 45°).

ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN 90° 

El cateto opuesto al ángulo de $90^\circ + \alpha$ ($A'B'$) es el contrario al cateto contiguo a α (OA): **$\text{sen } (90^\circ + \alpha) = \text{cos } \alpha$**

El cateto contiguo al ángulo de $90^\circ + \alpha$ (OA') es igual al contrario del cateto opuesto a α (AB): **$\text{cos } (90^\circ + \alpha) = -\text{sen } \alpha$**

$$\text{tg } (90^\circ + \alpha) = \frac{\text{sen } (90^\circ + \alpha)}{\text{cos } (90^\circ + \alpha)} = \frac{\text{cos } \alpha}{-\text{sen } \alpha} = -\frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

EJEMPLO

Halla las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = 120^\circ$, conociendo las razones del ángulo de 30° .

$$\text{sen } 120^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 120^\circ = -\text{sen } 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 120^\circ = -\frac{1}{\text{tg } 30^\circ} = -\frac{1}{1/\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$

- 2 Halla las razones trigonométricas del ángulo de 100° , sabiendo que $100^\circ = 90^\circ + 10^\circ$.

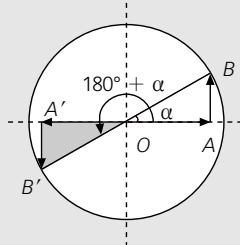
$$\text{sen } 10^\circ = 0,174$$

$$\text{cos } 10^\circ = 0,985$$

$$\text{tg } 10^\circ = 0,176$$

Nombre: Curso: Fecha:

ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN 180°



El cateto opuesto al ángulo de $180^\circ + \alpha$ ($A'B'$) es el contrario al cateto opuesto a α (AB): $\text{sen}(180^\circ + \alpha) = -\text{sen } \alpha$

El cateto contiguo al ángulo de $180^\circ + \alpha$ (OA') es igual al contrario del cateto contiguo a α (OA): $\text{cos}(180^\circ + \alpha) = -\text{cos } \alpha$

$$\text{tg}(180^\circ + \alpha) = \frac{\text{sen}(180^\circ + \alpha)}{\text{cos}(180^\circ + \alpha)} = \frac{-\text{sen } \alpha}{-\text{cos } \alpha} = \text{tg } \alpha$$

EJEMPLO

Halla las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = 240^\circ$, conociendo las razones del ángulo de 60° .

$$\text{sen } 240^\circ = -\text{sen } 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{cos } 240^\circ = -\text{cos } 60^\circ = -\frac{1}{2} \quad \text{tg } 240^\circ = \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$$

3 Halla las razones trigonométricas del ángulo de 250° , sabiendo que:

$$\text{sen } 70^\circ = 0,940 \quad \text{cos } 70^\circ = 0,342 \quad \text{tg } 70^\circ = 2,747$$

Ten en cuenta que $250^\circ = 180^\circ + 70^\circ$.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS MAYORES DE 90°: Reducción al primer cuadrante

Las razones trigonométricas de cualquier ángulo superior a 90° se pueden expresar en función de las razones de otro ángulo perteneciente al primer cuadrante.

1.º caso: para ángulos del segundo cuadrante.

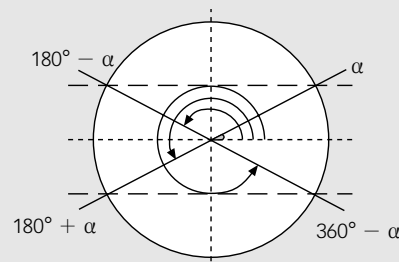
$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

2.º caso: para ángulos del tercer cuadrante.

$$\gamma = 180^\circ + \alpha$$

3.º caso: para ángulos del cuarto cuadrante.

$$\varepsilon = 360^\circ - \alpha$$



4 Halla las razones trigonométricas de los siguientes ángulos.

a) 135°

Como 135° pertenece al segundo cuadrante, resulta que $135^\circ = 180^\circ - \dots$

$$\text{sen } 135^\circ = \dots = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{cos } 135^\circ = \dots = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 135^\circ = \dots = -1$$

b) 210°

Como 210° es mayor de 180° , pertenece al tercer cuadrante, pues $210^\circ = 180^\circ + \dots$

$$\text{sen } 210^\circ = \dots = -\frac{1}{2}$$

$$\text{cos } 210^\circ = \dots = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 210^\circ = \dots = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Nombre: Curso: Fecha: c) 330°

Como 330° pertenece al cuarto cuadrante, resulta que $330^\circ = 360^\circ - 30^\circ$.

$$\operatorname{sen} 330^\circ = \dots\dots\dots = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cos} 330^\circ = \dots\dots\dots = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 330^\circ = \dots\dots\dots = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

d) 420°

¿A qué cuadrante pertenece el ángulo de 420° ? Si hacemos $420^\circ = 360^\circ + 60^\circ$, vemos que está situado en el primer cuadrante.

$$\operatorname{sen} 420^\circ = \operatorname{sen} 60^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cos} 420^\circ = \operatorname{cos} 60^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 420^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \dots\dots\dots$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS MAYORES DE 360°

Si el ángulo es mayor de 360° , hay que hallar su ángulo equivalente, restando el número entero de veces que contiene a 360. Sus razones trigonométricas son iguales que las del ángulo equivalente resultante.

EJEMPLO

Determina las razones trigonométricas del ángulo $\alpha = 1470^\circ$.

Dividimos 1470 entre 360:

$$1470 = 360 \cdot 4 + 30 \quad \text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$$

$$\operatorname{sen} 1470^\circ = \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \operatorname{cos} 1470^\circ = \operatorname{cos} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \operatorname{tg} 1470^\circ = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

5 Halla las razones trigonométricas de los ángulos.

a) 840°

Divide 840 entre 360 y expresa:

$$840 = 360 \cdot \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{sen} 840^\circ = \operatorname{sen} \dots\dots\dots = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{cos} 840^\circ = \operatorname{cos} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 840^\circ = \operatorname{tg} \dots\dots\dots = -\sqrt{3}$$

c) 1320°

Divide 1320 entre 360 y expresa:

$$1320 = 360 \cdot \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{sen} 1320^\circ = \operatorname{sen} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cos} 1320^\circ = \operatorname{cos} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 1320^\circ = \operatorname{tg} \dots\dots\dots = \sqrt{3}$$

b) 3915°

Divide 3915 entre 360 y expresa:

$$3915 = 360 \cdot \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{sen} 3915^\circ = \operatorname{sen} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cos} 3915^\circ = \operatorname{cos} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 3915^\circ = \operatorname{tg} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

d) 780°

Divide 780 entre 360 y expresa:

$$780 = 360 \cdot \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{sen} 780^\circ = \operatorname{sen} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{cos} 780^\circ = \operatorname{cos} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 780^\circ = \operatorname{tg} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

MANEJAR LAS RELACIONES ENTRE LAS RAZONES DE UN ÁNGULO

Nombre: Curso: Fecha: **RELACIÓN FUNDAMENTAL DE LA TRIGONOMETRÍA: $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$**

Esta relación se obtiene al aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo junto con la relación que se deduce de la definición de tangente:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$$

Conociendo una de las razones trigonométricas de un ángulo, podemos calcular las restantes razones.

EJEMPLO

Sabiendo que $\text{cos } \alpha = \frac{4}{5}$, calcula el seno y la tangente de dicho ángulo.

$$\text{sen } \alpha = \sqrt{1 - \text{cos}^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \qquad \text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

ACTIVIDADES

1 Sabiendo que $\text{sen } \alpha = 0,78$; halla $\text{cos } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$.

2 Dado $\text{cos } \alpha = 0,32$; obtén $\text{sen } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$.

EJEMPLO

Dado $\text{tg } \alpha = 2$, calcula $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$.

Llamamos $\text{sen } \alpha = x$ y $\text{cos } \alpha = y$. Las relaciones entre las razones trigonométricas son:

$$\frac{x}{y} = 2 \rightarrow x = 2y$$

$$x^2 + y^2 = 1 \rightarrow (2y)^2 + y^2 = 1 \rightarrow 4y^2 + y^2 = 1 \rightarrow 5y^2 = 1 \rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{0,2} = 0,447$$

$$x = 2y = 2 \cdot 0,447 = 0,894 = \text{sen } \alpha$$

$$y = \text{cos } \alpha = 0,447$$

3 Sabiendo que $\text{tg } \alpha = 5$, calcula $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$.

APLICAR LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

Calcula lo que miden los lados a y b , y el ángulo β del triángulo de la figura.

Como los tres ángulos de un triángulo suman 180° , tenemos que:

$$180^\circ = 90^\circ + 37^\circ + \beta \rightarrow \beta = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$$

Para calcular el otro cateto, b , aplicamos la definición de $\operatorname{tg} 37^\circ$ y usamos la calculadora para hallar $\operatorname{tg} 37^\circ$:

$$\operatorname{tg} 37^\circ = \frac{b}{4} \rightarrow b = 4 \cdot 0,75 = 3$$

Para hallar la hipotenusa a podemos utilizar tres métodos:

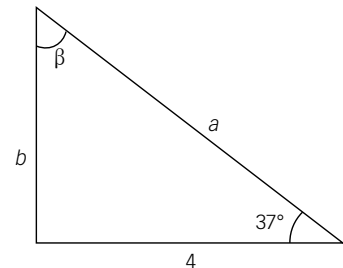
1.º Aplicar el teorema de Pitágoras.

2.º Utilizar la definición de $\operatorname{sen} 37^\circ$.

3.º Usar la definición de $\operatorname{cos} 37^\circ$.

Vamos a usar el segundo método:

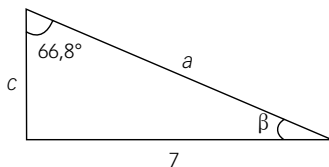
$$\operatorname{sen} 37^\circ = \frac{3}{a} \rightarrow a = \frac{3}{0,6} = 5$$



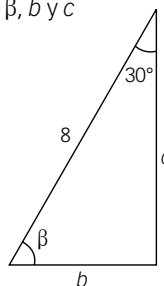
ACTIVIDADES

1 Calcula, en cada triángulo, los lados y ángulos que se indican.

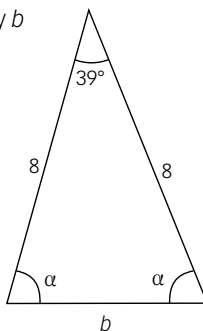
a) β , a y c



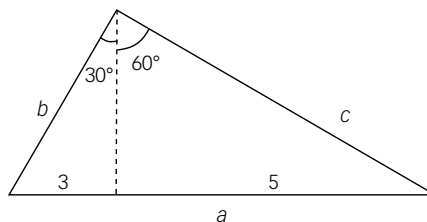
c) β , b y c



b) α y b

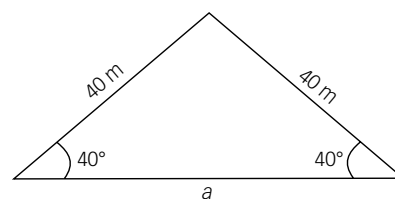


d) a , b y c



2 Halla el área del siguiente triángulo.

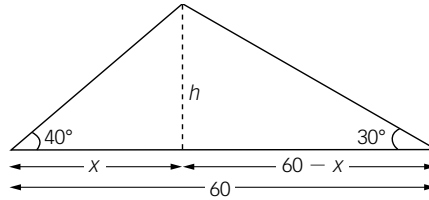
Trazamos la altura y, fijándonos en uno de los dos triángulos que se forman, hallamos h y la mitad de la base, $\frac{a}{2}$.



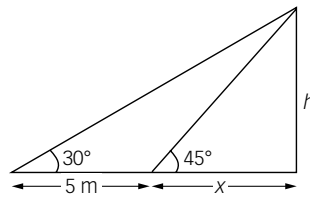
APLICAR LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Nombre: Curso: Fecha:

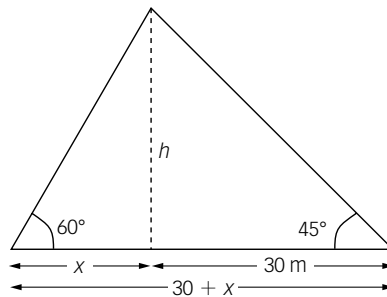
- 3 Calcula la altura h y las distancias x y $60 - x$ de la figura. Utiliza las tangentes de los ángulos de 40° y 30° .



- 4 Halla los valores de h y x .



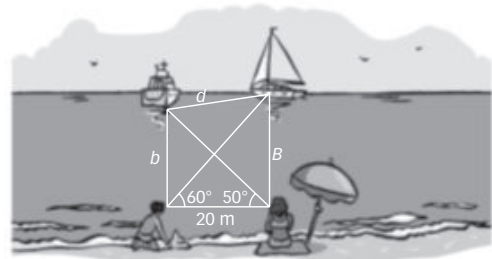
- 5 Determina la altura del árbol que, visto desde dos posiciones, distantes 30 m entre sí, forma la siguiente figura.



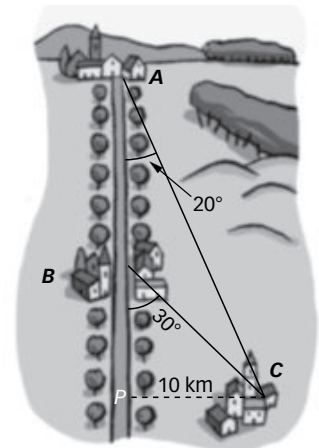
Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Desde la playa se observan dos barcos. Calcula la distancia que hay entre ellos con los ángulos que se indican.

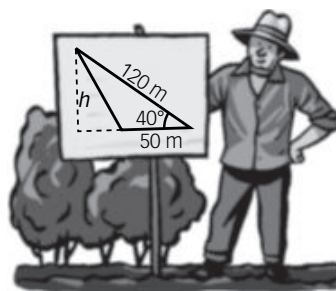


- 2 Desde la cima de una montaña, a una altura de 1114 m, vemos una aldea y una granja situadas en un valle que está a una altura de 537 m sobre el nivel del mar. Si observamos la aldea con un ángulo de 68° y la granja con uno de 83° :
- ¿Cuál de los dos lugares está más cerca de la montaña?
 - Si la montaña, la aldea y la granja se encuentran alineadas, halla la distancia que hay entre la aldea y la granja.

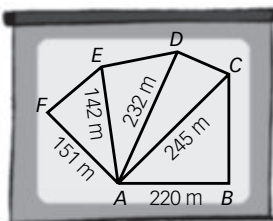


- 3 Dos poblaciones, A y B, están situadas en una carretera que va del norte al sur. Otra población, C, a 10 kilómetros en línea recta de la carretera anterior, está situada a 20° al sureste de A y a 30° al sureste de B. ¿Qué distancia separa a la población A de B?

- 4 ¿Cuánto se obtendrá por vender esta parcela si se paga a 300 €/m^2 ?



- 5 Calcula la superficie de este terreno.



$$\widehat{BAC} = 33^\circ 45'$$

$$\widehat{CAD} = 24^\circ 13'$$

$$\widehat{DAE} = 42^\circ 15'$$

$$\widehat{EAF} = 33^\circ 41'$$