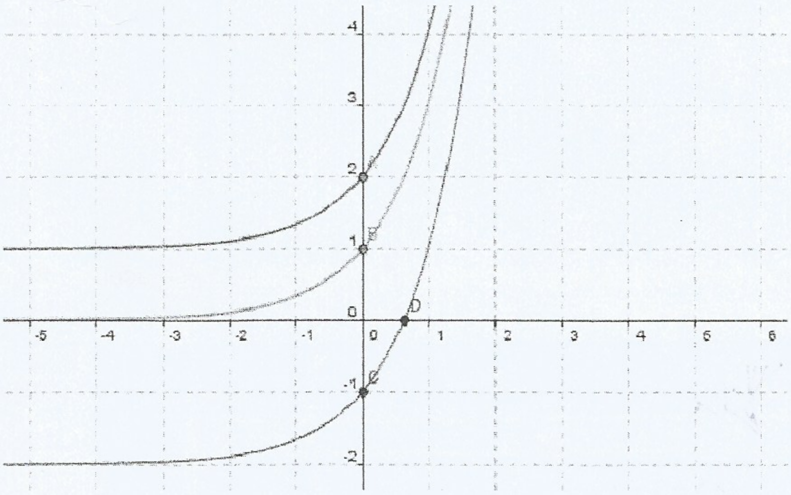
1

NOMBRE Y APELLIDOS		FECHA	
		CURSO	4º ESO
ASIGNATURA	Examen global Evaluación Matemáticas	CALIF.	

1.- Halla la representación gráfica de la siguiente función a trozos, y halla las puntos de discontinuidad (si los hay), el dominio y el recorrido (2 puntos)

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x<-3 \\ x^2-1 & \text{si } -3\le x\le 2 \\ -x+2 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$$

2.- Calcula la expresión algebraica de las siguientes funciones : (2 puntos)



3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:(1 punto)

$$f(x)=\frac{x-9}{\sqrt{x^2-9}}$$

① → Representación gráfica de la función a trozos.

→ lo primero es saber qué tipo de funciones la componen.

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x<-3 \\ x^2-1 & \text{si } -3\le x\le 2 \\ -x+2 & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$$

$x<-3$ → SU GRÁFICA ES UNA RECTA
$-3\le x\le 2$ → SU GRÁFICA ES UNA PARÁBOLA
$x\geq 2$ → SU GRÁFICA ES UNA RECTA

* cuando son rectas → sólo hay que hacer una tabla de valores.

* $f(x)=x^2-1$ → es una parábola del tipo:

$y=ax^2+c$

↳ se hallan trasladando la función $y=ax^2$, "c" unidades arriba si $c>0$ "c" unidades abajo si $c<0$.

↓

$f(x)=ax^2+c$

↳ $a=1$

$c=-1$

‖

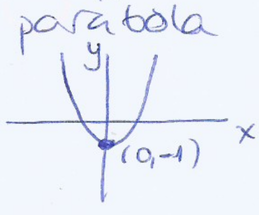
movemos hacia abajo.

↳ El VÉRTICE ESTÁ EN EL EJE "y"

↳ su eje de simetría es el eje "y"

↳ como $a>0$ → las ramas van hacia arriba.

↳ Ya sabemos que nuestra parábola va a ser de esta forma

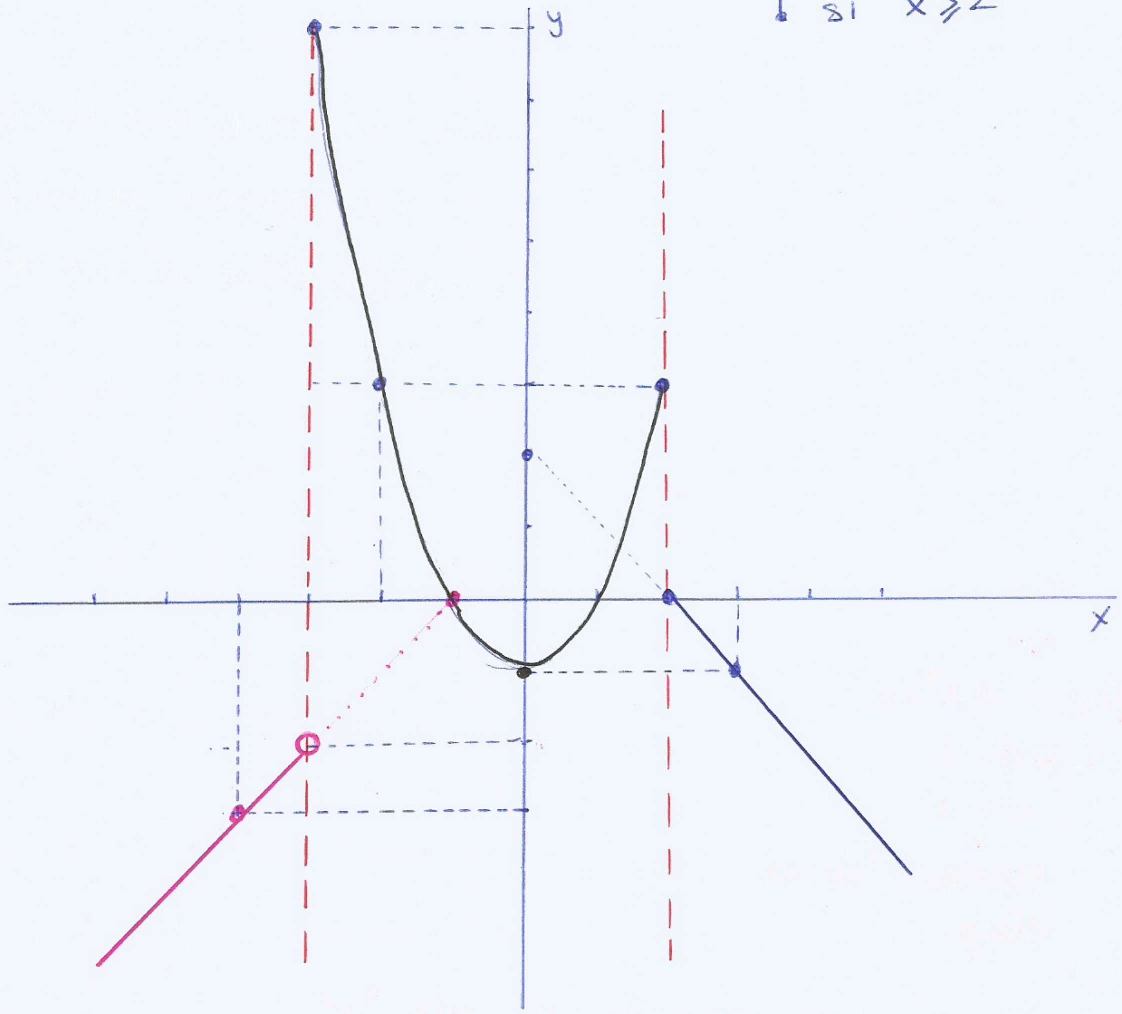


↳ CORTE CON LOS EJES.

si $x=0$ → $y=-1$

si $y=0$ → $x=\pm 1$.

- Representamos los intervalos en los ejes:
  - tenemos 3 intervalos
    - $x < -3$
    - $-3 \leq x \leq 2$
    - si $x \geq 2$



- Hacemos una pequeña tabla de valores para cada función.

$\boxed{y = x+1}$ si $x < -3$ → no está incluido

x	0	-3	-4
y	1	-2	-3

le doy el valor justo del intervalo y miro si está incluido.

$\boxed{y = x^2 - 1}$

ya la habíamos estudiado.

x	0	2	-3
y	-1	3	8

Estudio los puntos de los intervalos.
si $-3 \leq x \leq 2$
están incluidos

$\boxed{y = -x + 2}$

x	0	2	3
y	2	0	-1

$x \geq 2$
está incluido.

• Mirando la gráfica ahora es muy fácil estudiar su dominio, recorrido y qé tipo de discontinuidad tiene.

Dominio = conjunto de valores de x qe hace qe la función exista.

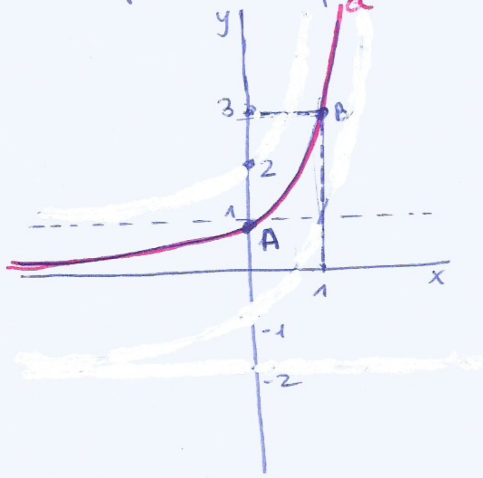
Dom: $\mathbb{R}$

Imagen: los valores de "y" qe toma.

Im f : $(-\infty, 8]$

Discontinuidad inevitable de salto finito para $x = -3$ y $x = 2$.

(2)

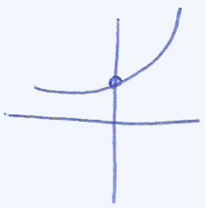


$\boxed{a}$ La gráfica os indica qe es una función exponencial del tipo $y = a^x$

vemos qe pasa por el punto

A (0, 1)

B (1, 3)

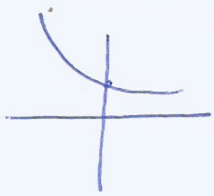


$y = a^x$

$a > 1$

$y = a^x \rightarrow$ sustituyo.

$3 = a^1 \rightarrow a = 3$.

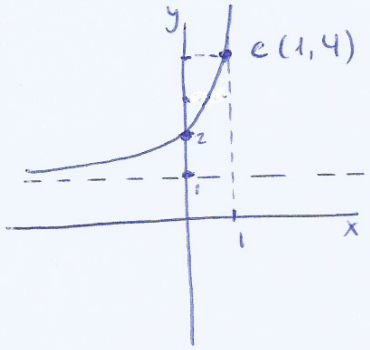


$y = a^x$

$a < 1$.

$\Rightarrow$ La función es

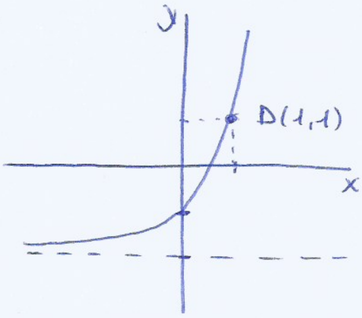
$$\boxed{y = 3^x}$$



Esta función exponencial es del tipo $y = a^x + b$ con $b > 0$ (Se ha trasladado la función anterior una unidad hacia arriba.

$y = 3^x + 1$ → podemos comprobar el punto $C(1,4)$

$4 = 3^1 + 1$



→ Esta función ~~exponencial~~ exponencial es del tipo $y = a^x + b$ con $b < 0$ (la trasladamos 2 unidades hacia abajo.

$y = 3^x - 2$ → comprobamos el punto $D(1,1)$

$y = 3^x - 2 \rightarrow 1 = 3^1 - 2$

(8) $f(x) = \dfrac{x-9}{\sqrt{x^2-9}}$

Para que exista esta función, tenemos que estudiar los posibles valores de x

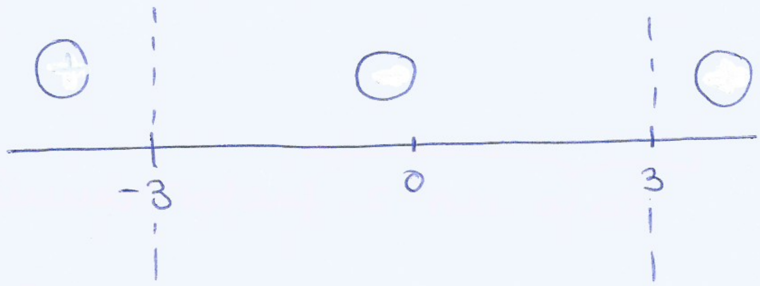
→ Como es una función racional ~~tenemos~~ vamos a estudiar los valores que hacen nulo el denominador:

$\sqrt{x^2-9}$ ↗ Por un lado $\sqrt{x^2-9} \neq 0$
no puede ser 0.

↘ Por oto lado las raíces cuadradas de un nº negativo no existen

$$\sqrt{\underbrace{x^2-9}}$$

$$\sqrt{x^2-9} \longrightarrow x^2-9>0 \longrightarrow x^2>9$$
$$x > \pm 3$$



Estudiamos un punto de cada intervalo.

↳ $x=0 \longrightarrow y=\dfrac{x-9}{\sqrt{x^2-9}} \Rightarrow y=\dfrac{0-9}{\sqrt{0-9}}=\dfrac{-9}{\sqrt{-9}}$

↳ No existe

↳ $x=4 \longrightarrow y=\dfrac{x-9}{\sqrt{x^2-9}}=\dfrac{4-9}{\sqrt{16-9}}=\dfrac{-5}{\sqrt{7}}$ → si existe

↳ $x=-4 \longrightarrow y=\dfrac{x-9}{\sqrt{x^2-9}}=\dfrac{-4-9}{\sqrt{16-9}}=\dfrac{-13}{\sqrt{7}}$ ⇒ si existe

Dom $f: (-\infty,-3) \cup (3,\infty)$

↳ Ni el -3, ni el 3, están en el intervalo porqe hacen 0 el denominador

④ $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{8}{x}} = \sqrt{2x}$

↳ tengo qe despejar una raíz cuadrada.

$$\sqrt{\frac{8}{x}} = \sqrt{2x} - \sqrt{2}$$

elevo al cuadrado cada término

$$\left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{2x} - \sqrt{2}\right)^2 \longrightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\frac{8}{x} = (\sqrt{2x})^2 - 2 \cdot \sqrt{2x} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$\frac{8}{x} = 2x - 2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_{2} \cdot \sqrt{x} + 2$$

$$\frac{8}{x} = \underbrace{2x - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x} + 2}_{\text{saco un 2 factor común}}$$

$$\frac{8}{x} = 2 \cdot (x - 2\sqrt{x} + 1) \longrightarrow$$ como está multiplicando lo paso al otro lado dividiendo

$$\frac{8}{2x} = (x - 2\sqrt{x} + 1)$$

$$\frac{4}{x} = x - 2\sqrt{x} + 1) \longrightarrow$$ despejo otra vez la raíz

$$\underbrace{\frac{4}{x} - x - 1}_{\text{realizo esta suma}} = -2\sqrt{x} \longrightarrow \left(\frac{4-x^2}{x} - 1\right)^2 = \left(-2\sqrt{x}\right)^2 \longrightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

elevo al cuadrado.

$$\left[\frac{4-x^2}{x}\right]^2 - 2 \cdot \frac{4-x^2}{x} \cdot 1 + 1 = (-2)^2 \cdot (\sqrt{x})^2$$

$$\frac{(4-x^2)^2}{x^2} - \frac{8-2x^2}{x} + 1 = 4x \Rightarrow \frac{16 - 8x^2 + x^4}{x^2} - \frac{8-2x^2}{x} + 1 - 4x = 0$$

$\longrightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\frac{16-8x^2+x^4}{x^2} - \frac{8-2x^2}{x} + 1 - 4x = 0$$

cuidado con los signos!!

quito denominadores. (mínimo común múltiplo).

$$\frac{16-8x^2+x^4-8x+2x^3+x^2-4x^3}{x^2} = 0$$

reduzco y ordeno.

$$x^4-2x^3-7x^2-8x^2+16=0$$

factorizo haciendo Roffini

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -7 & -8 & 16 \\ 1 & & 1 & -1 & -8 & -16 \\ \hline & 1 & -1 & -8 & -16 & \boxed{0} \end{array} \longrightarrow (x-1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -8 & -16 \\ 4 & & 4 & 12 & 16 \\ \hline & 1 & 3 & -4 & \boxed{0} \end{array} \longrightarrow (x-4)$$

$x^2+3x-4=0 \rightarrow$ puedo aplicar la fórmula. $\frac{-3 \pm \sqrt{9-16}}{2} = \nexists$

↳ la ecuación quedaría de la siguiente forma. $(x-1)(x-4)(x^2+3x-4)=0$.

→ comprobamos las soluciones:

$x=4 \longrightarrow \sqrt{2} + \sqrt{8/x} = \sqrt{2x} \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{8/4} = \sqrt{2 \cdot 4}$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{8} \Rightarrow 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ $\boxed{x=4}$ es solución.

$x=1 \longrightarrow \sqrt{2} + \sqrt{8/x} = \sqrt{2x} \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow$ No es $x=1$ solución.

5 recta que pasa por el eje de coordenadas y vector director $\vec{u} = (1,1)$.

$A(0,0)$.
$\vec{u} = (1,1)$. $\longrightarrow$ $(x,y) = (0,0) + t(1,1)$.

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 + t \\ y = 0 + t \end{array}\right\} x = y.$$

ECUACION EXPLÍCITA. $y = mx + n$.

$m = 1 \longrightarrow y = 1x + 0$.

$n = 0$
↳ pasa por el eje de coordenadas

ECUACION PUNTO PENDIENTE

$$\frac{x-a}{u_1} = \frac{y-b}{u_2} \longrightarrow \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{1}$$

$x = y$.

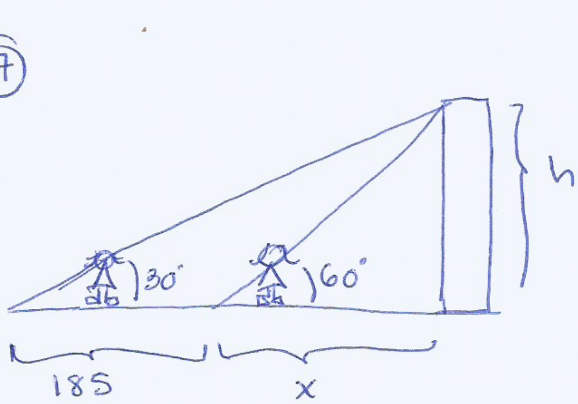
6 $3\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{243} - \sqrt{75}$

$3 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} + 5\sqrt{3^2 \cdot 3} - 3\sqrt{3^5} - \sqrt{5^2 \cdot 3}$

$3 \cdot 2\sqrt{3} + 5 \cdot 3\sqrt{3} - 3 \cdot 3^2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

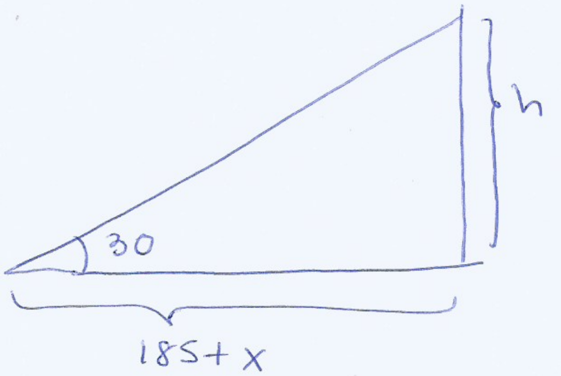
$6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 27\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

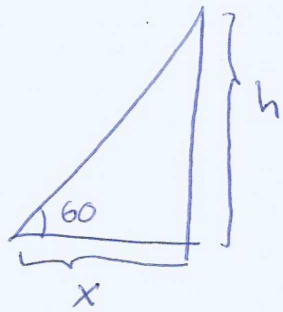
7



– Si Reyes se acerca a la Giralda 185 m, la ve bajo un grado de inclinación de 60°

– Aplicamos el método de la doble tangente.





$$tg\,30 = \frac{h}{185+x} \qquad tg\,60 = \frac{h}{x}$$

$$\underbrace{(185+x)\,tg\,30 = h. \qquad x \cdot tg\,60 = h}_{h = h.}$$

$$(185+x) \cdot tg\,30 = x \cdot tg\,60$$

$$(185+x) \cdot 0'57 = x \cdot 1'73$$

$$105'45 + 0'57x = 1'73x \longrightarrow$$

$$105'45 = 1'73x - 0'57x$$

$$105'45 = 1'16x \longrightarrow \boxed{x = 90'5\,m}$$

$$h = x \cdot 1'73 \rightarrow \boxed{h = 156'56\ m}$$

CAUDE

4.- Resuelve la siguiente ecuación y comprueba si son válidos los valores obtenidos : (1 puntos)

$$\sqrt{2}+\sqrt{\frac{8}{x}}=\sqrt{2x}$$

5.- Escribe las ecuaciones explícita, y punto-pendiente de la recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene como vector director $\vec{u}=(1,1)$ (1 punto)

6.- Resuelve (1 punto)

$$3\sqrt{12}+5\sqrt{27}-3\sqrt{243}-\sqrt{75}=$$

7.- Reyes ve la giralda bajo un ángulo de inclinación de 30 grados. Si se acerca 185 m la ve bajo un ángulo de 60. ¿cuál es su altura?