① $f(x) = \dfrac{1}{x+2} - 1$ → FUNCION RACIONAL DEL TIPO

$$y = \frac{k}{x-a} + b.$$

$\boxed{\begin{array}{l} k = 1 \\ b = -1 \end{array}}$

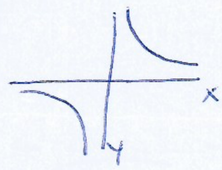
• su gráfica es una hipérbola y se obtiene trasladando la función

$$y = \frac{k}{x}$$

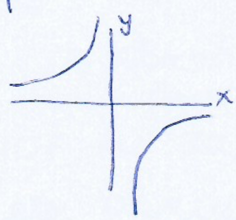
en los ejes.

* ESTUDIAMOS LA FUNCION $y = \dfrac{k}{x}$

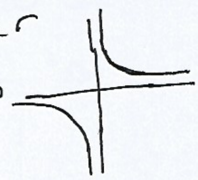
si $k > 0$ → la gráfica está en el 1er y 3er cuadrante




si $k < 0$ → la gráfica está en el 2º y 4º cuadrante




* En nuestro caso $k = 1 \rightarrow k > 0$ ⟶ va a ser del tipo



* CALCULO DE LAS ASINTOTAS

• ASÍNTOTA VERTICAL $x = a$ → Nos fijamos en el denominador y lo igualamos a 0.

$x + 2 = 0 \longrightarrow \boxed{x = -2}$ ASÍNTOTA VERTICAL

• ASÍNTOTA HORIZONTAL → $y = b$

↳ $\boxed{y = -1}$ ASÍNTOTA HORIZONTAL

* CORTE CON LOS EJES

- CORTE CON EL EJE "y" $\rightarrow x = 0$

$$y = \frac{1}{x+2} - 1 \xrightarrow[x=0]{} y = \frac{1}{0+2} - 1$$

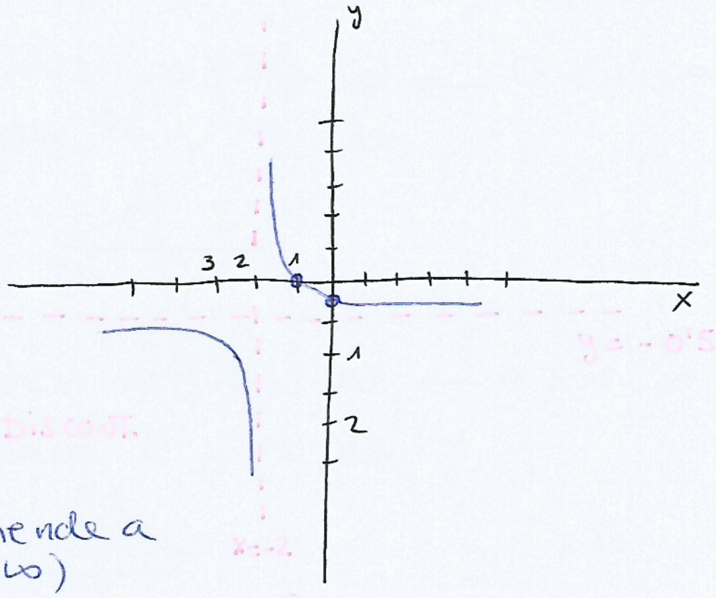
$$\boxed{y = -0'5}$$

- CORTE CON EL EJE "x" $\rightarrow y = 0$.

$$y = \frac{1}{x+2} - 1 \xrightarrow[y=0]{} 0 = \frac{1}{x+2} - 1$$

$$1 = \frac{1}{x+2} \rightarrow x+2 = 1$$

$$\boxed{x = -1}$$




* PUNTO DE DISCONT.

$x = -2$

(la función tiende a $+\infty$ y $-\infty$)

* DOMINIO DE LA FUNCIÓN

↳ conjunto de valores de "x" que hace que la función exista. (que exista valor en "y")

$$f: \mathbb{R} - \{-2\}$$

* RECORRIDO DE LA FUNCIÓN

↳ El recorrido o imagen de una función es el conjunto de valores que toma la función

$$R = \mathbb{R} - \{-1\}$$

* Es una función decreciente, (cuando aumentas los valores de x, disminuyen los valores de y.)

(2) $\begin{cases} x-y>0 \\ y-2\leq 0 \\ 2x+y<10 \\ y\geq 0. \end{cases}$

* Para hallar la solución, resolvemos cada una de las inecuaciones por separado, y después tomamos la solución común.

* LA SOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN ES UN <u>INTERVALO</u>

• $x-y>0$ $x=y$

si $x=0 \rightarrow y=0$

$x=1 \rightarrow y=1$

$x=-1 \rightarrow y=-1$

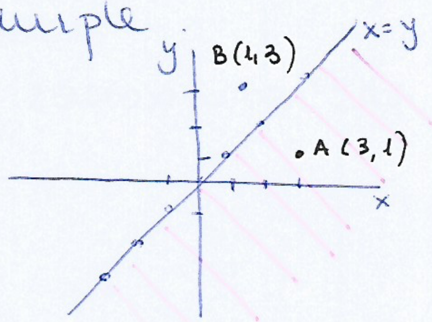
$\rightarrow x>y$

A (3,1) $3>1$. cumple

B (1,3) $1 \not> 3$ no cumple.

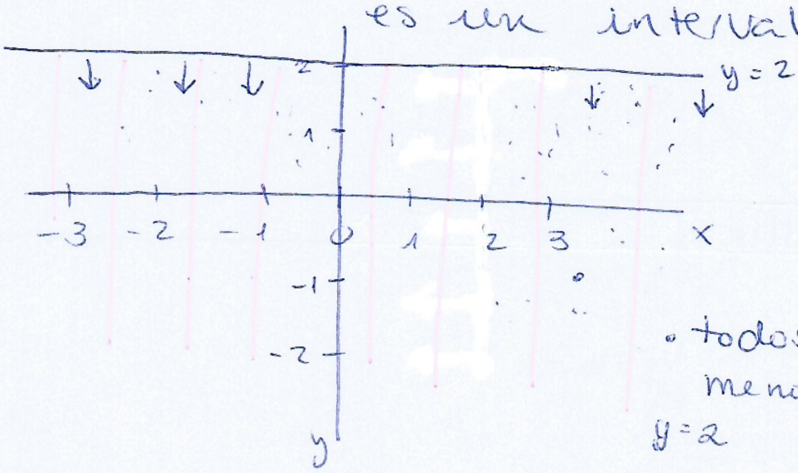
→ como es una inecuación con 2 incógnitas, representamos la recta que representa su igualdad.

Y analizamos un punto de la misma para comprobar si cumple




• su solución es una <u>REGIÓN</u>.

• $y-2\leq 0 \rightarrow y\leq 2$ → es una inecuación de 1 incógnita, su solución es un intervalo.




• todos los valores menores o iguales que $y=2$

• $2x + y < 10$

$y < 10 - 2x \longrightarrow y = 10 - 2x$

si $x = 0$  $y = 10$

si $x = 5$  $y = 0$

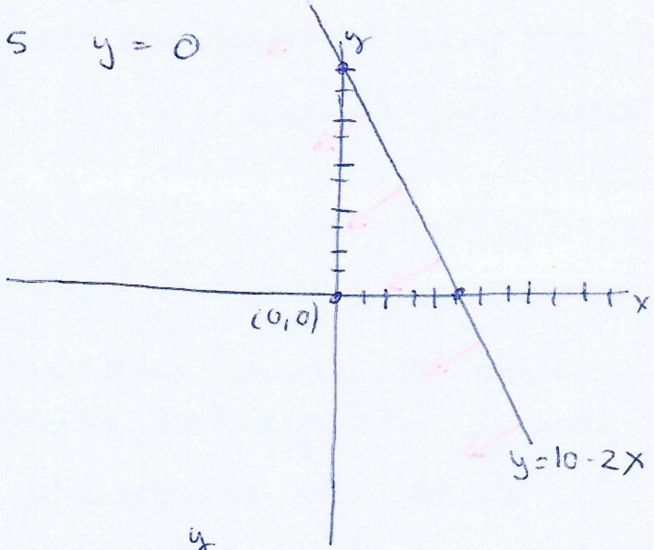
* Representamos la recta que representa su igualdad y comprobamos el pto $(0,0)$ para ver si cumple

$y < 10 - 2x$

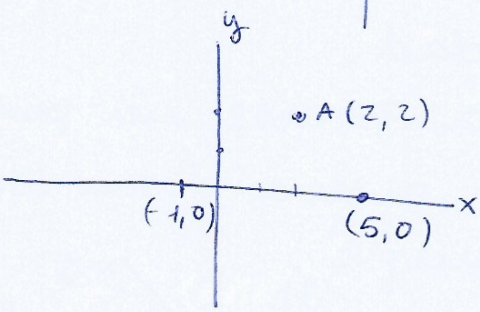
si $x = 0$, $y = 0$.

$0 < 10 - 2 \cdot 0$

$0 < 10$ si

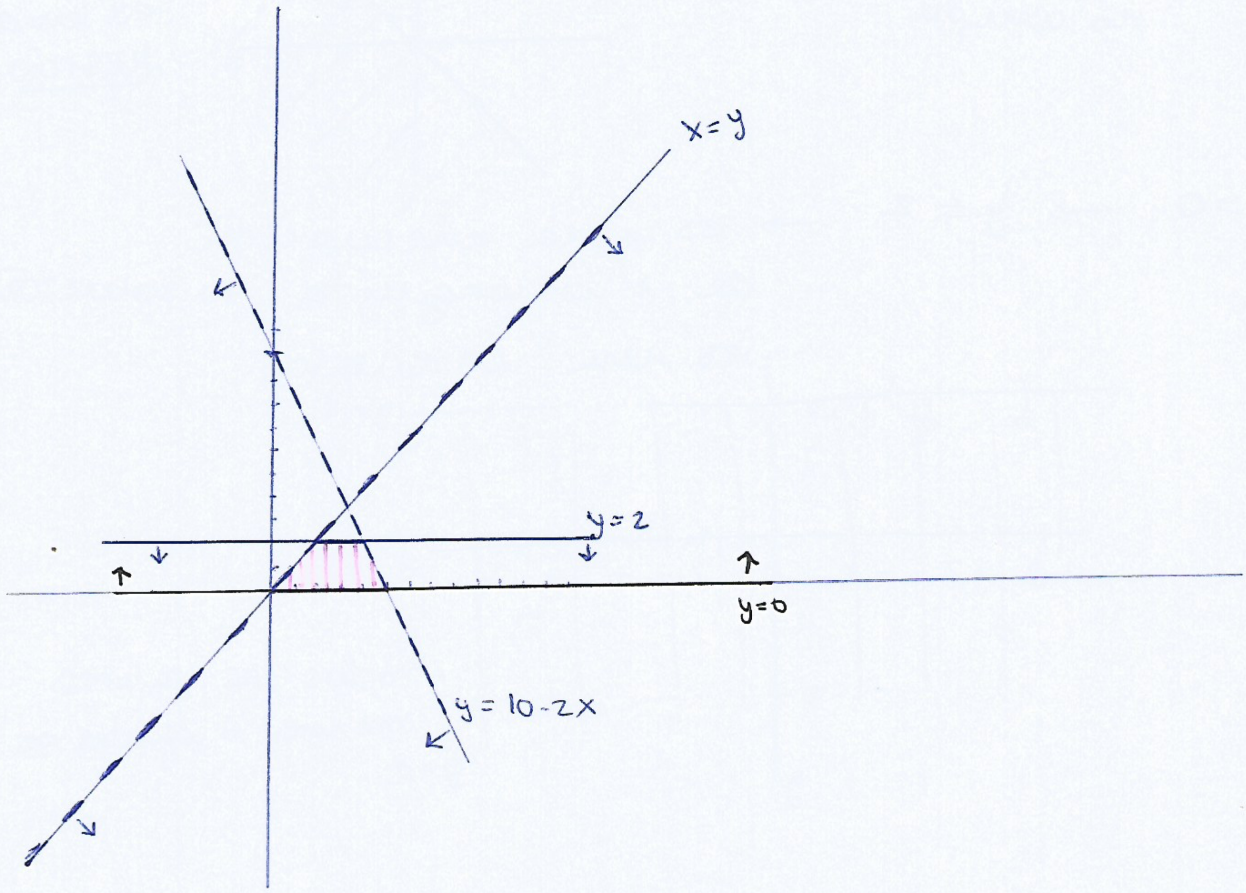



• $y \geq 0$

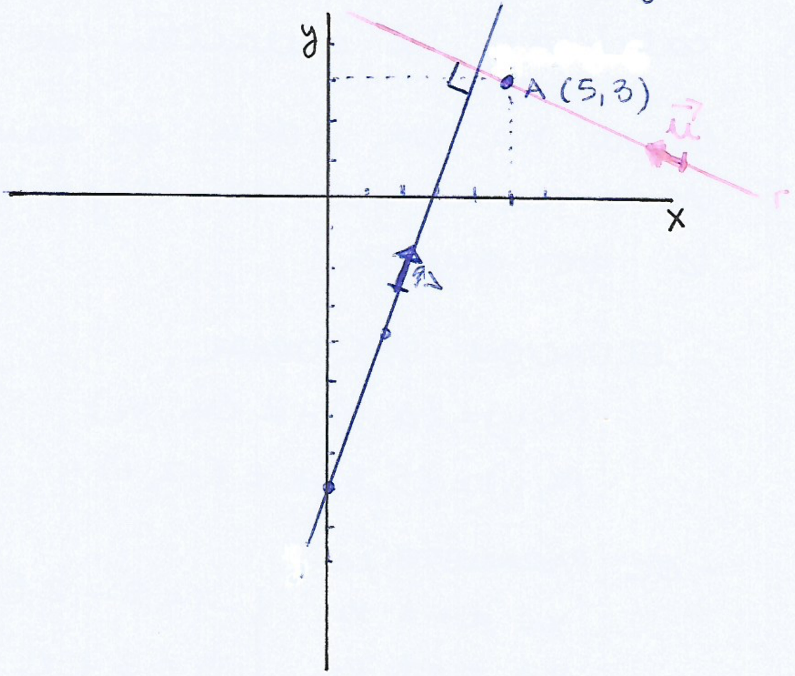



La recta $y=0$ es el eje x, ya que para cualquier valor que tome x, y siempre es 0.

* UNIMOS LAS SOLUCIONES



③ RECTA QUE PASA POR EL PTO A (5,3)
Y ES PERPENDICULAR A LA RECTA $y = 2x - 8$




la recta "r"
pasa por A(5,3)
y es perpendicular
a la recta
$y = 2x - 8$

* la ecuación general de una recta es:

$$Ax + By + C = 0$$ y su vector director $\vec{v} = (B, -A)$

Nuestra recta es $y = 2x - 8$ → ordenándola nos quedaría

$$2x - 1y - 8 = 0 \rightarrow \boxed{\vec{v} = (-1, -2)}$$

↓ A ↓ B ↓ C

$A = 2$ $B = 1$

* Para calcular un vector perpendicular a otro invertimos sus coordenadas y cambiamos el signo de una de ellas.

$$\boxed{\vec{u} = (-2, 1)}$$

- Ya conocemos un punto de la recta "r" que estamos buscando y su vector director $\vec{u}$, luego podemos calcular la ecuación de esa recta.

$A(5,3)$
$\vec{u}(-2,1)$

Como no me piden qué ecuación de la recta quieren, elijo la la que quiera:

- ECUACION VECTORIAL

$$(x,y) = (a,b) + t\,(v_1, v_2)$$
$$(x,y) = (5,3) + t\,(-2,1)$$

- EC. PARAMÉTRICA

$$\begin{cases} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t\, v_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$$

- EC. CONTÍNUA

$$\frac{x-a}{v_1} = \frac{y-b}{v_2} \rightarrow \frac{x-5}{-2} = \frac{y-3}{1}$$

- EC. PTO PENDIENTE

$$y - b = m\,(x - a) \rightarrow y - 3 = -\frac{1}{2}\,(x-5)$$

$$m = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{1}{2}$$

- EC. EXPLÍCITA.

$$y = mx + n \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

- EC. GENERAL

$$Ax + By + C = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x + y - \frac{11}{2} = 0$$

(4) $\dfrac{2}{x^2-9} = \dfrac{x^2-16}{72}$

- Multiplicamos en cruz: $2 \cdot 72 = (x^2-16)(x^2-9)$

$\hookrightarrow 144 = (x^2-16)(x^2-9)$

$144 = x^4 - 9x^2 - 16x^2 + 144$

$0 = x^4 - 25x^2 + \cancel{144} - \cancel{144}$

$0 = x^4 - 25x^2 \longrightarrow 0 = x^2 \cdot \underbrace{(x^2-25)}_{x^2-25=0}$ para que sea 0:

$x^2 = 0$

- Resolvemos

$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$ Raíz doble

$x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

(5) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}} \longrightarrow$ Racionalizar: quitar las raíces en el denominador.

Como es del tipo $\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^k}}$

*HAY QUE SABERSE MUY BIEN LAS PROP. DE LAS POTENCIAS !!

Multiplicamos arriba y abajo por

$\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^{n-k}}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{3^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^{5-3}}}{\sqrt[5]{3^{5-3}}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[5]{3^2}}{5\cdot\sqrt[5]{3^2}\cdot\sqrt[5]{3^3}}$$

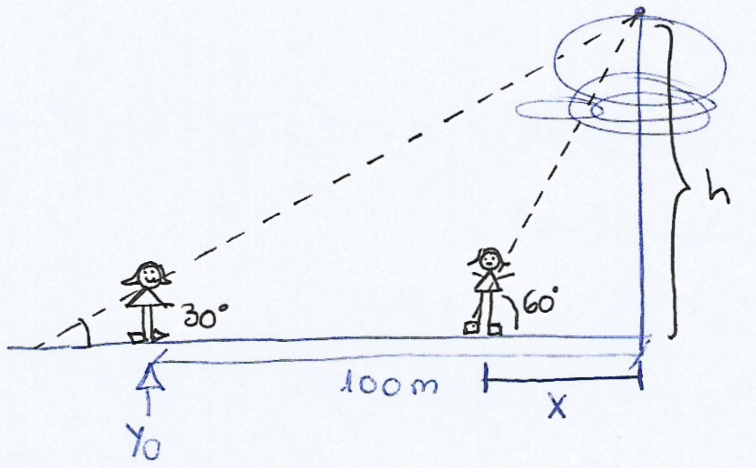
OJO: QUE NO SE OS OLVIDE EL ÍNDICE

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

$$= \frac{3^{1/2}\cdot 3^{2/5}}{5\cdot 3^{2/5}\cdot 3^{3/5}} \longrightarrow = \frac{3^{1/2+2/5}}{5\cdot 3^{2/5+3/5}} = \frac{3^{9/10}}{5\cdot 3^{5/5}} = \frac{3^{9/10}}{5\cdot 3^1} = \frac{\sqrt[10]{3^9}}{15}$$

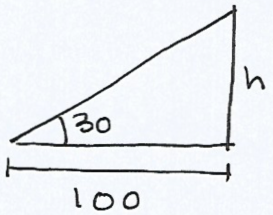
PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE (SE SUMAN LOS EXPONENTES)

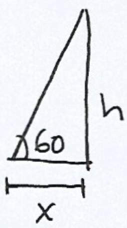
(6)




¿A qué distancia está mi amigo del árbol?

- Podemos aplicar el método de la doble tangente:
- Identificamos los 2 triángulos rectángulos




* Hay que saberse las razones trigonométricas y sus relaciones

$\Downarrow$ $\qquad\qquad$ $\Downarrow$

$tg\,30 = \frac{h}{100}$ $\qquad\qquad$ $tg\,60 = \frac{h}{x}$

$100\,tg\,30 = h$ $\qquad\qquad$ $x\,tg\,60 = h$ → la altura del árbol <u>es la misma</u>

$$h = h$$

$$100\,tg\,30 = x\,tg\,60$$

$$\frac{100\,tg\,30}{tg\,60} = X \qquad\qquad X = \frac{57'73}{1'73} = 33'36\ m.$$

7. Calcula el valor de "m" para qe sea exacta la división

- Para qe una división sea exacta el <u>RESTO = CERO</u>.

- Para resolver este ejercicio podemos hacerlo por 2 métodos, el teorema de Roffini o el Teorema del Resto.

* TEOREMA DE ROFFINI

$(2x^4 + 8x^3 - 20x^2 + 16m) : (x-2)$

↳ como el polinomio no es completo lo completamos añadiendo los términos qe faltan con ceros

$(2x^4 + 8x^3 - 20x^2 + 0x + 16m) : (x-2)$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & 8 & -20 & 0 & 16m \\ 2 & \downarrow & 4 & 24 & 8 & 16 \\ \hline & 2 & 12 & 4 & 8 & \underbrace{16m+16}_{\text{RESTO}} \end{array}$$

COLOCAMOS EL OPUESTO.

Como el RESTO = 0.

$16m + 16 = 0$

$16m = -16$

$m = -\frac{16}{16} = -1$

Para qe la división de ese polinomio entre el binomio $(x-2)$ sea exacta

$\boxed{m = -1}$

## *: TEOREMA DEL RESTO

El resto de la división de un polinomio $P(x)$ entre un binomio $(x-a)$ es el valor numérico de dicho polinomio para el valor $x=a$.

En nuestro caso, debe ser 0.

$$(2x^4+8x^3-20x^2+16m):(x-2)$$

$$\hookrightarrow 2(2)^4+8(2^3)-20(2)^2+16m=0$$

$$32+64-80+16m=0$$

$$16+16m=0 \longrightarrow \boxed{m=-1}$$